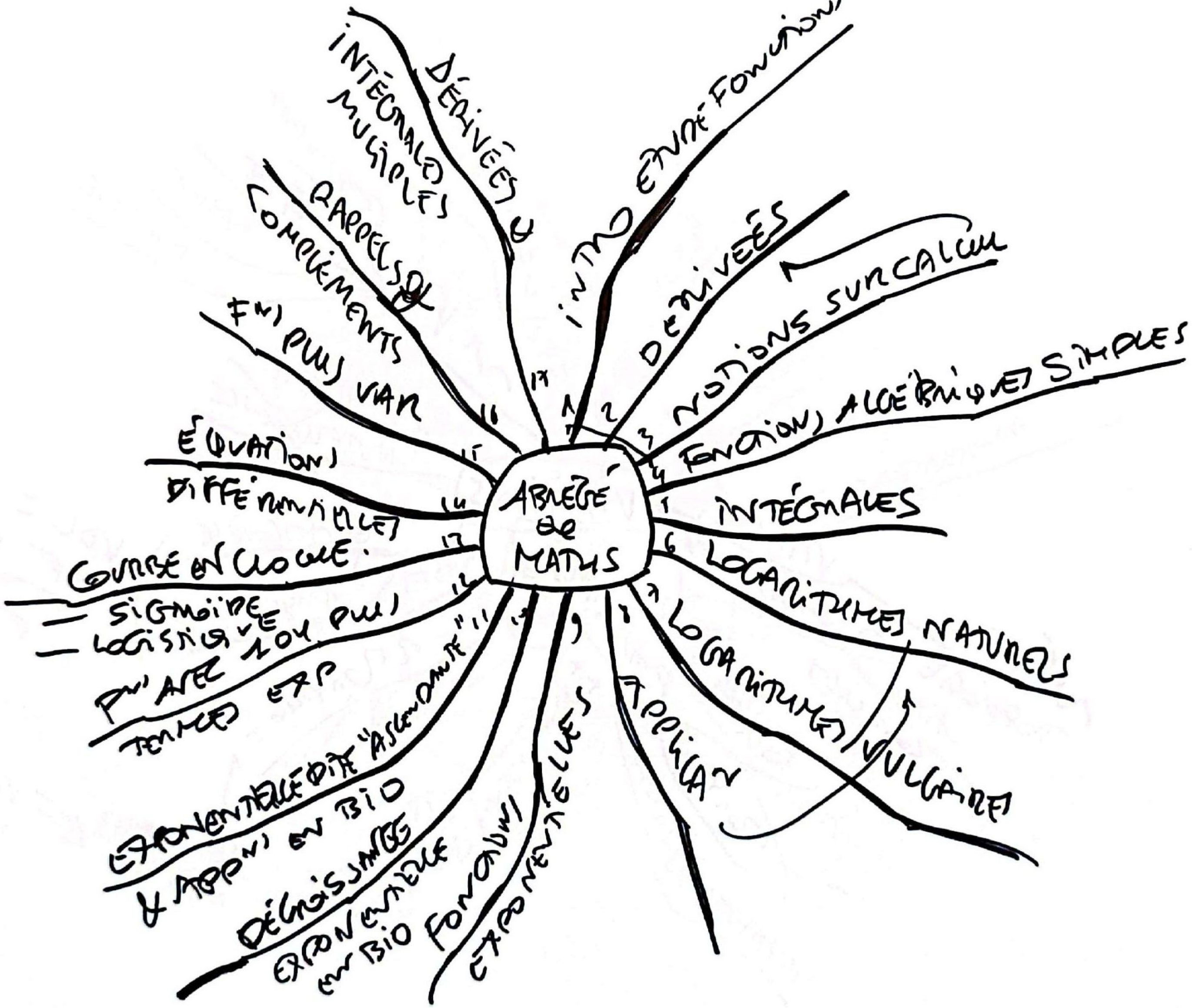
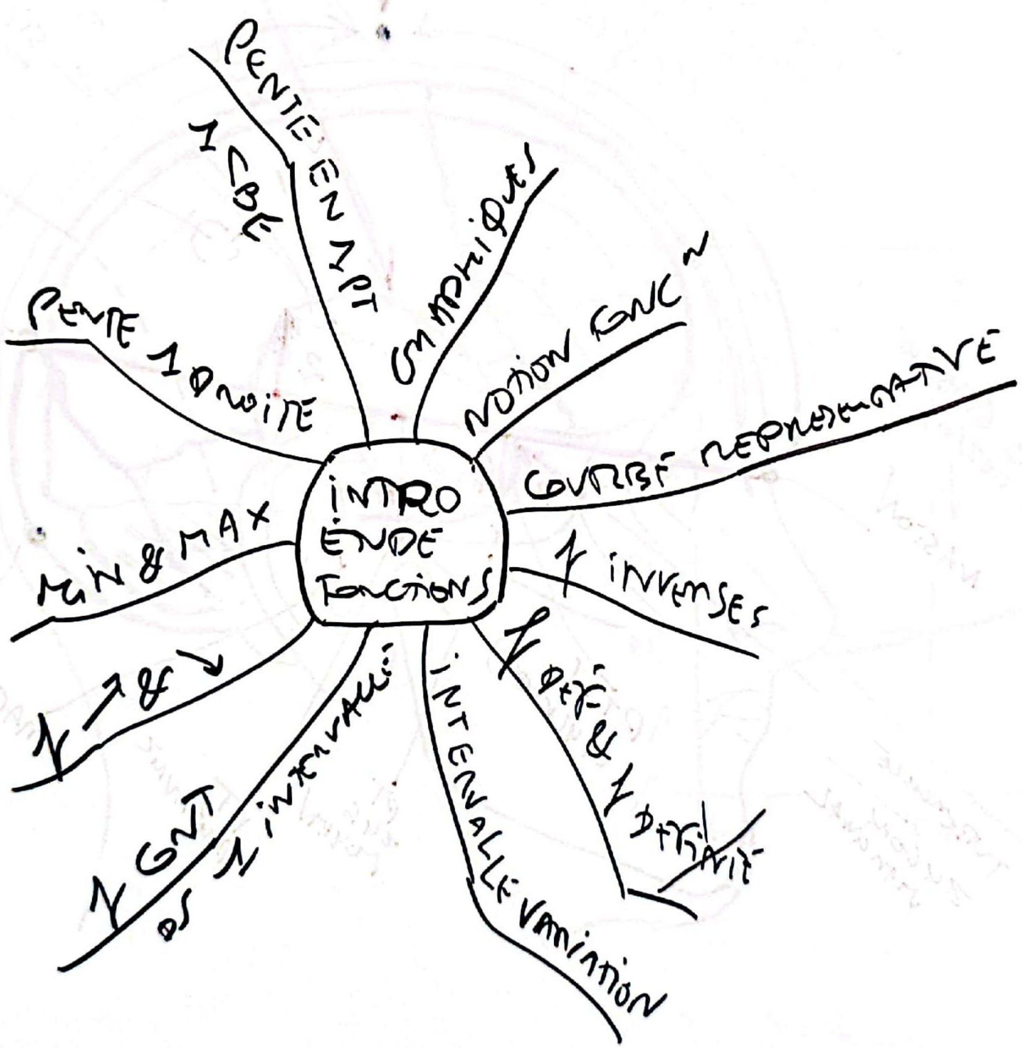
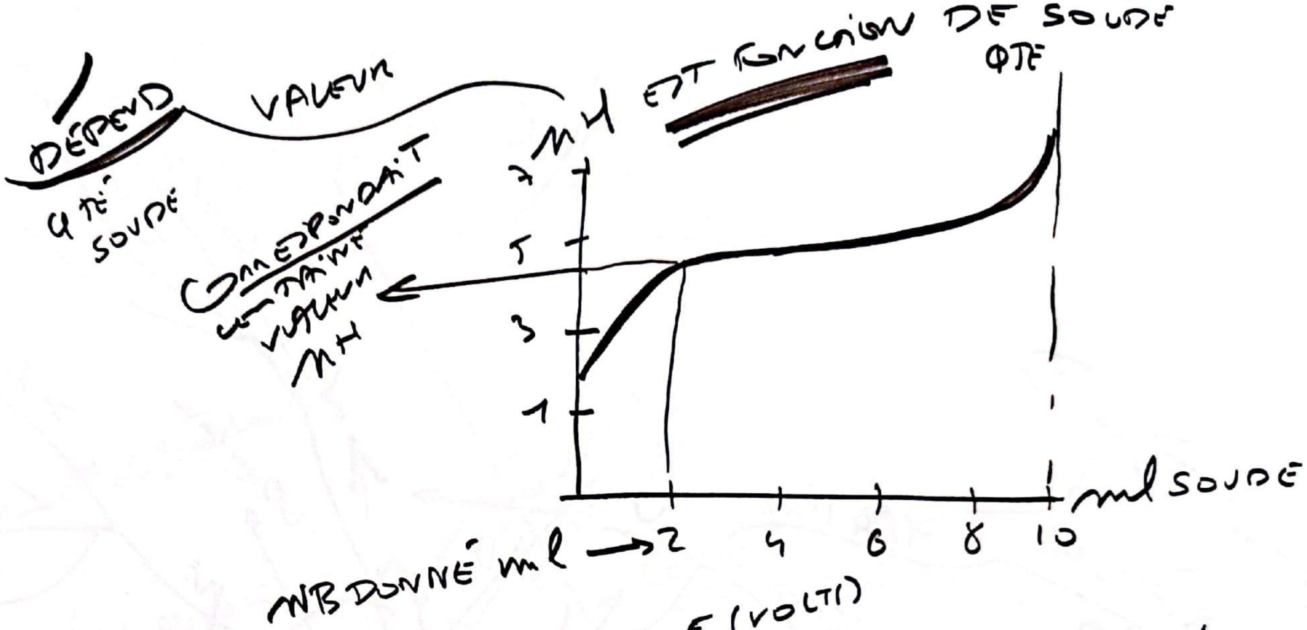
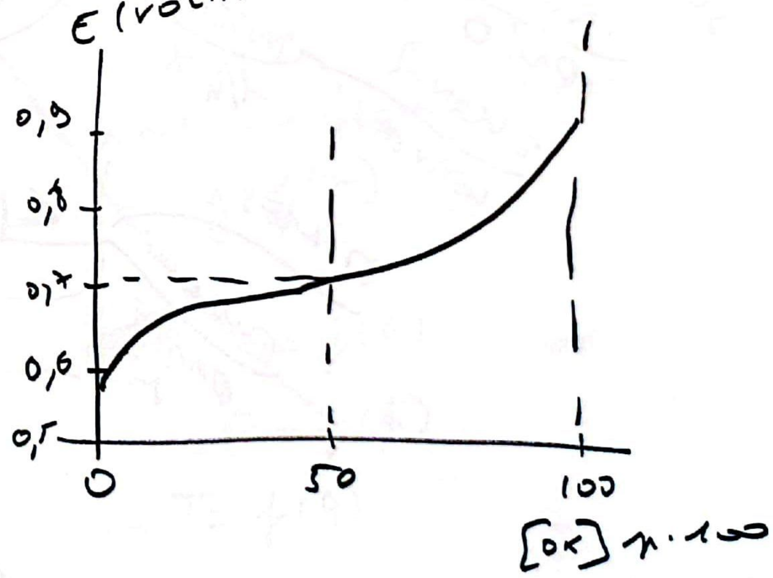

ABRÉGÉ DE MATHS
1 INTRO ÉTUDE FONCTIONS
2 DÉRIVÉES
3 NOTIONS SUR CALCUL
4 FONCTIONS ALGÉBRIQUES SIMPLES
5 INTÉGRALES
6 LOGARITHMES NATURELS
7 LOGARITHMES VULGAIRES
8 APPLICAT°
9 EXPONENTIELLES
10 FONCTIONS EXPONENTIELLE EN BIO
DÉCROISSANCE
11 EXPONENTIELLE DITE "ASCENDANTE"
& APPLI EN BIO
12 FN AVEC LOG PUIS
TENDANCE EXP
13 COURBE EN CLOCHE
– SIGMOÏDE
– LOGISTIQUE
14 ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
15 FN PLUS VAR
16 RAPPELS & COMPLÉMENTS
17 INTÉGRALES MULTIPLES
DÉRIVÉES &

GELLER 1988


INTRO ÉTUDE FONCTIONS
PENTE EN 1 PT
GRAPHIQUES
NOTION FONC^N
COURBE REPRÉSENTATIVE
f INVERSES
INTERVALLE VARIATION
f CONT DS 1 INTERVALLE
f ↗ & ↘
MIN & MAX
PENTE 1 DROITE


DÉPEND
VALEUR
pH EST FONCTION DE SOUDE
QTÉ
QTÉ SOUDE
CORRESPONDANT CERTAINE VALEUR pH
7
5
3
1
2
4
6
8
10
ml SOUDE
NB DONNÉ ml → 2

GRAPHIQUES


E (VOLTS)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0
50
100
[OX] x·100

NOTION DE FONCTION

En réalité f est la R elle même qui lie y à x et y meilleur une refer de la f

Or y étudie les "fonctions" proprement dite

« la fonction y »

var fonction

TAILLE → Ç

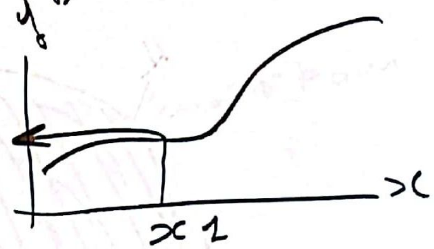
var indép

var facteur R cause à effet entre f & var

[DÉPENDANCE R]

DÉPENDANCE entre 2 GRANDEURS

y DÉPEND DE x



y est une fonction de x

$y = f(x)$

$e = f(t)$

$P = f(h)$

$T = f(A)$

var indépendante

var dépendante

conditionnées par celle de x

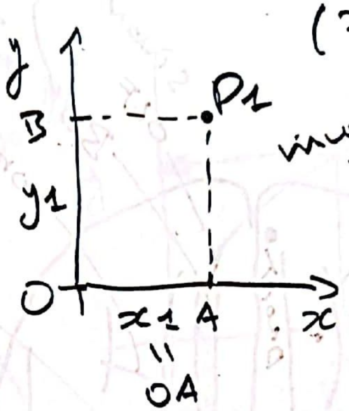
VARIABLES x & y

celle dont les var sont premières

$y = (x+3)(2x-1)$

$x = 2 \rightarrow y = 5/3$

entre 2 G susceptibles de varier ∃ une R telle que connaissance une permet de calculer l'autre



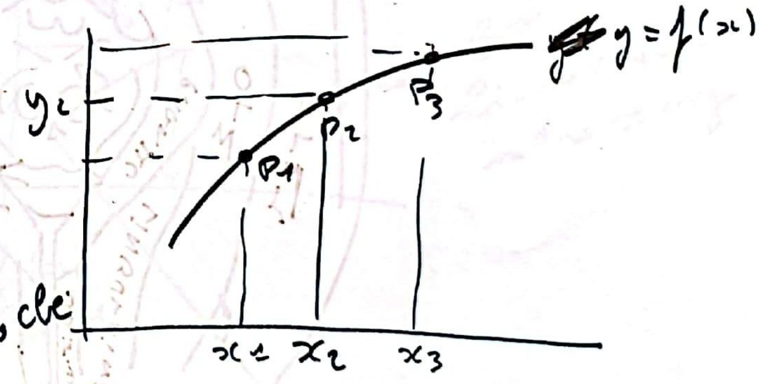
(x_1, y_1)

image de la f $y = f(x)$

pr $x = x_1$

CAD x_1 est l'unique coordonnée pour chaque x

$\boxed{\text{CBE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION}}$



GRAPHE

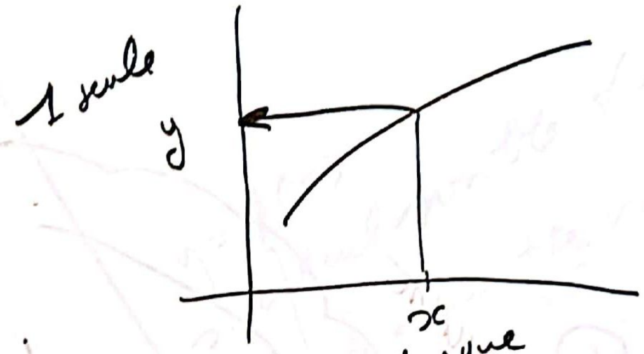
Stricte sens

≠

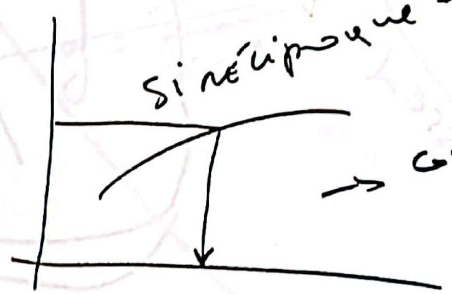
$\underline{f \text{ ou cbe}}$

indifféremment $y = f(x)$ élévation de la cbe

$\boxed{\text{Fonctions inverses}}$

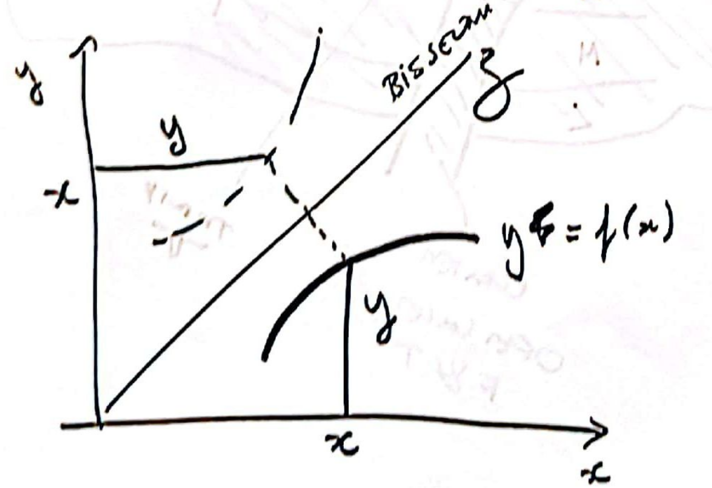


Si réciproque courante



→ car biunivoque entre x et y

~~et~~ Échange d'axes



$= f(x)$

$y = 2x+1$

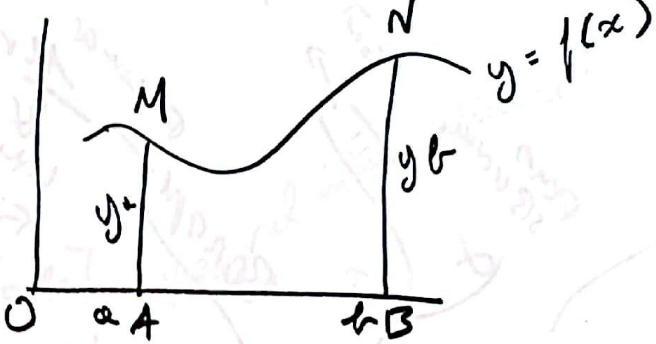
$x = (y-1)/2$

$x = \varphi(y)$: f inverse <u>réciproque</u>

$y = f(x)$
si calcul possible $\forall$ valeur x
déf pour ttes val x

$$y = \frac{x^2+1}{x-1}$$

f définie
&
f non ↑



$b > a$

INTERVALLE VARIATION
1
L

$[a, b]$ de variation de la variable

Bornes

$a \leq x \leq b$ fermé

] [ouvert

[

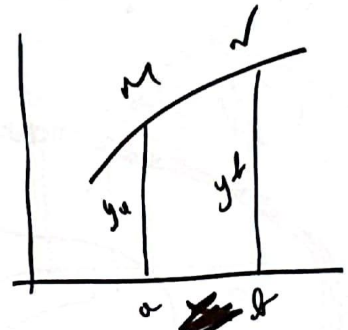
$\boxed{f \text{ continue sur un intervalle}}$

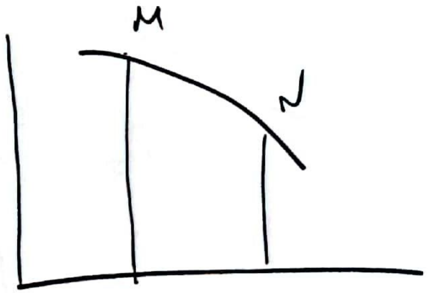
[a,b]

fa fb

ttes val intermédiaires

~~interception~~



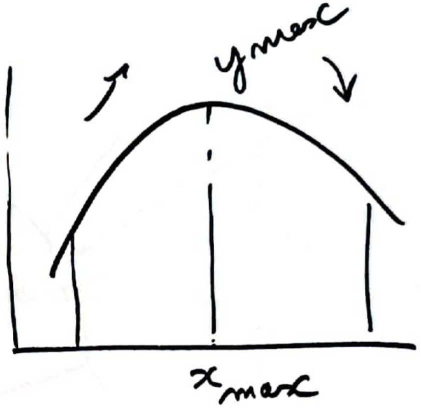


$a < b$

$y_a < y_b$

crois & décrois

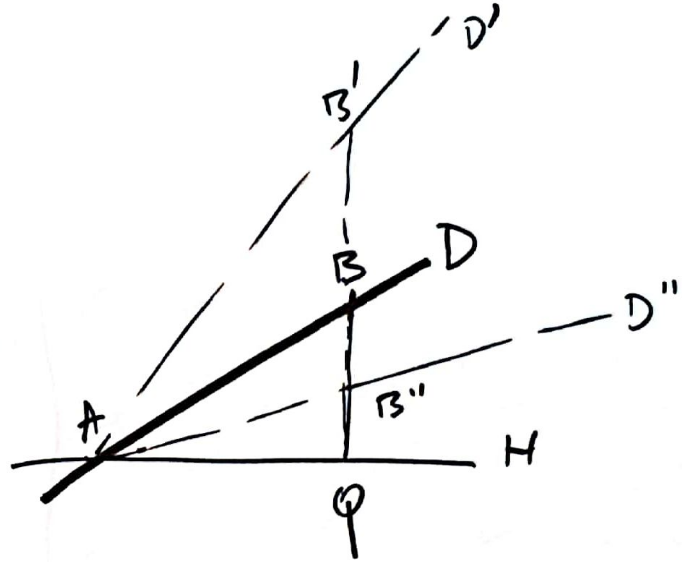
m̂ sens que variable



min

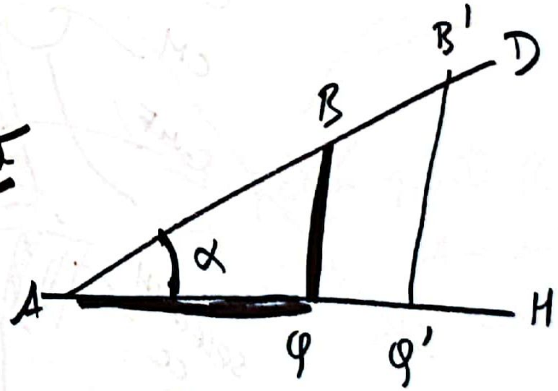
Max & min

monotone



$\boxed{\text{Pente d'une droite}}$

$$\frac{B\varphi}{A\varphi} = \text{pente droite } D$$



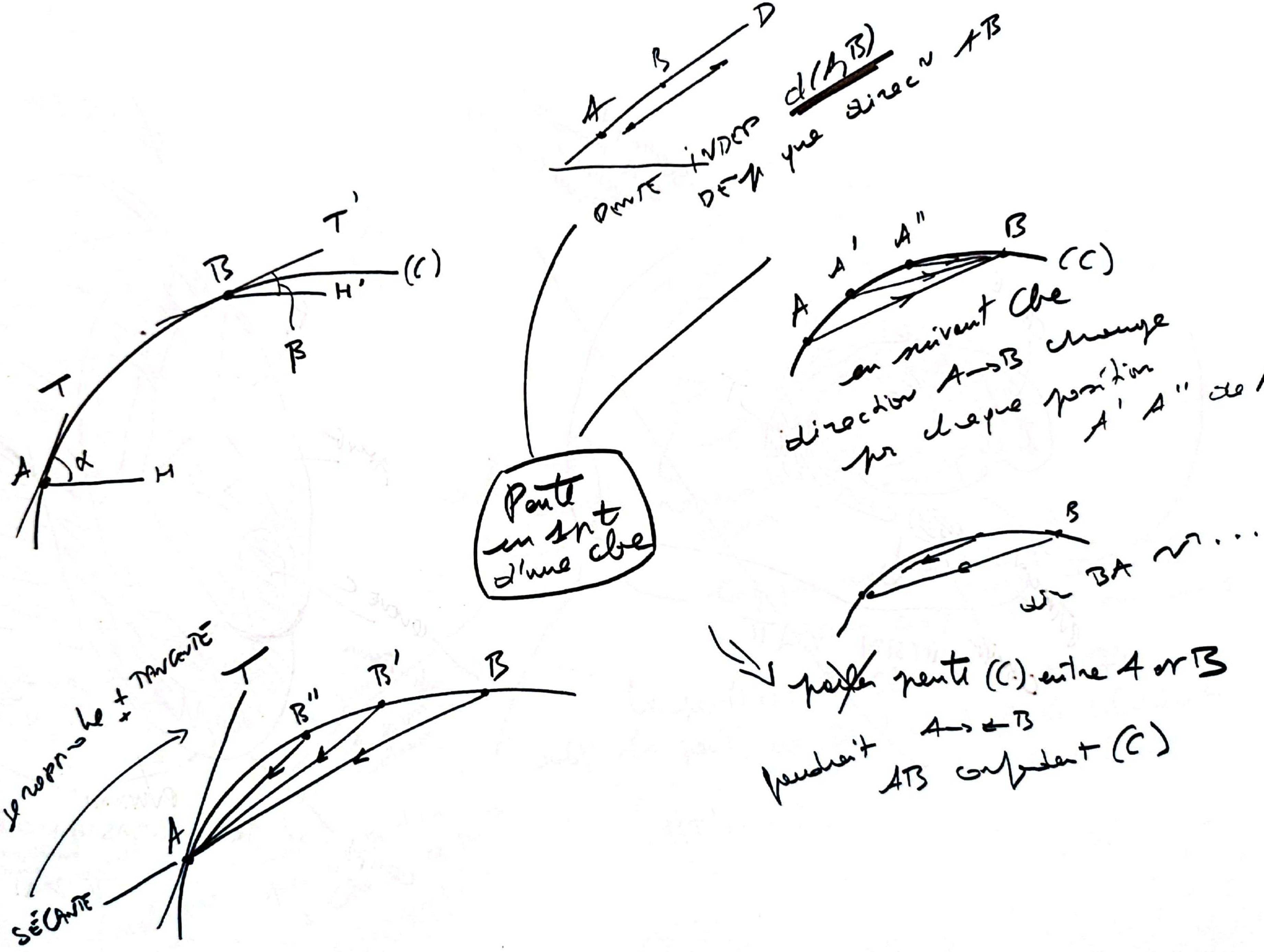
- sin
- cos
- tan
-

$\alpha \xrightarrow[\text{1 seule}]{} B\varphi / A\varphi = \underline{\text{tangente}}$

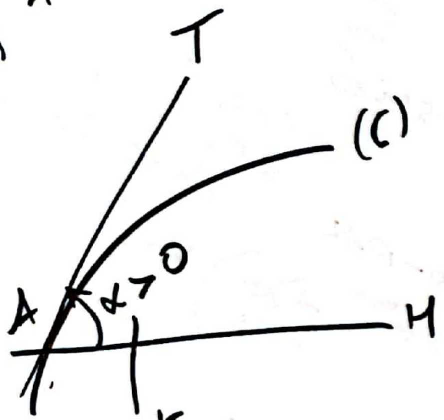
indep du choix pt B

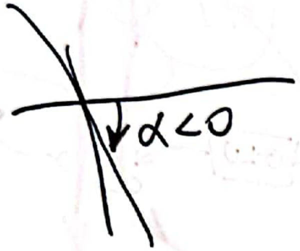
dès que α

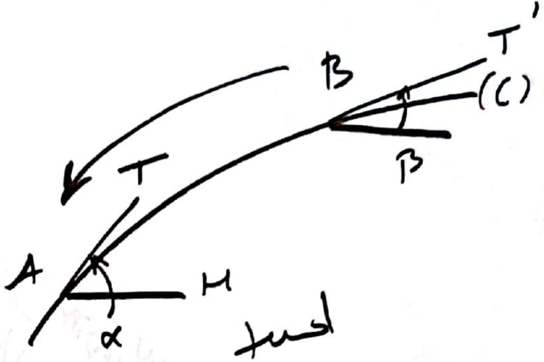
$$\frac{B'\varphi'}{A\varphi'} = \frac{B\varphi}{A\varphi} = \text{pente } D$$


Pente en 1 pt d'une cbe
A B D
DROITE INDEP d(A,B) DE A que direc^n AB
A A' A'' B (C)
en suivant Cbe direction A→B change pr chaque position A' A'' de A
B
sur BA ...
~~pente~~ pente (C) entre A et B pendant A→B AB confondent (C)
T' B (C) H' β
T A α H
se rapproche + TANGENTE
T B'' B' B
A
SÉCANTE

tan dif
+ pt des 2 angles fait tan avec hor







tend →
tan AB = séc AB
lim B confondu A
représente alors direction cbe à ce niveau

pente ?

la figure interpréter pente cette tan *
nom dif pente C niveau A

La pente de la cbe C au point A est la pente de la tangente à la cbe en A

BT'..

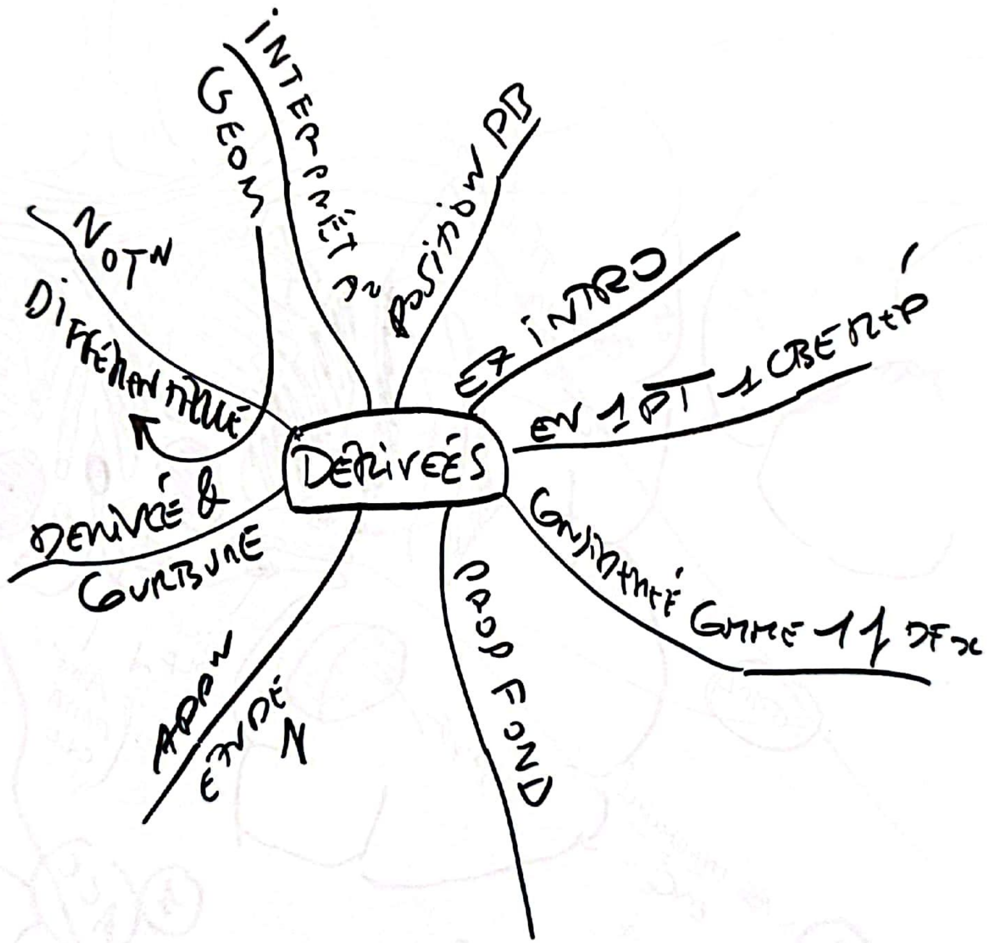
angle de cette tangente avec hor

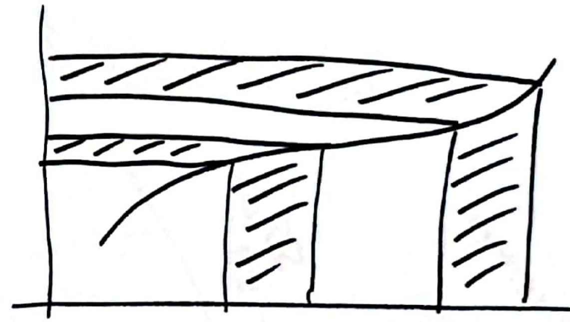
= car fn tan trigonométrique

que pente en 1 point

≠ tan géométrique

dif fn pente tan à cbe en ce point

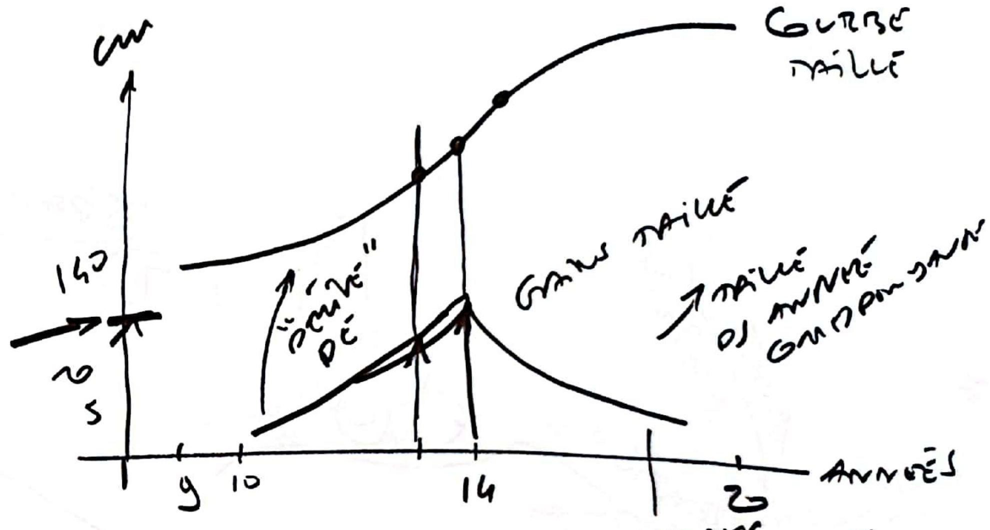

DÉRIVÉES
INTERPRÉT° GÉOM
POSITION PB
EX INTRO
NOTN DIFFÉRENTIELLE
DÉRIVÉE & COURBURE
PROP FOND



Position PB

crois ± imp selon intervalle

"taux croissance"



variation relativement à intervalle t déterminé année

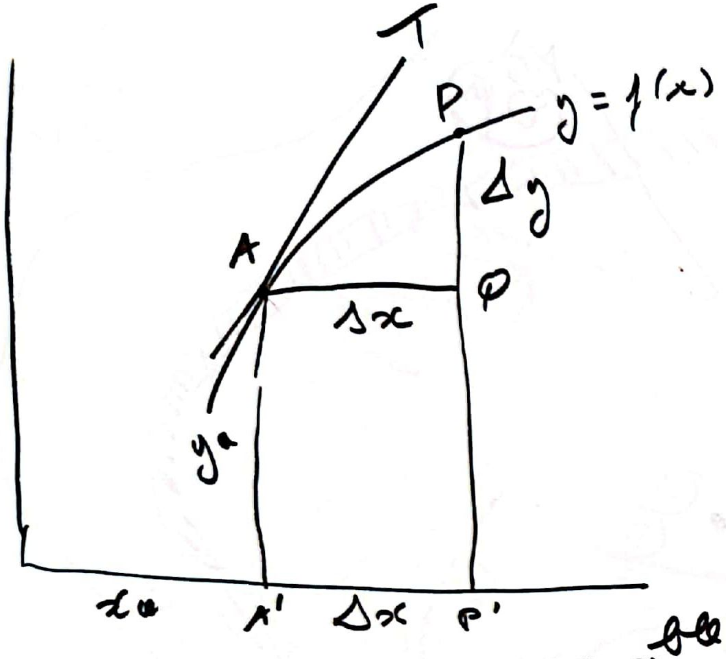
EX INTRODUCTIF

croissance
taux de croissance

ü → 6 mois
→ + pt

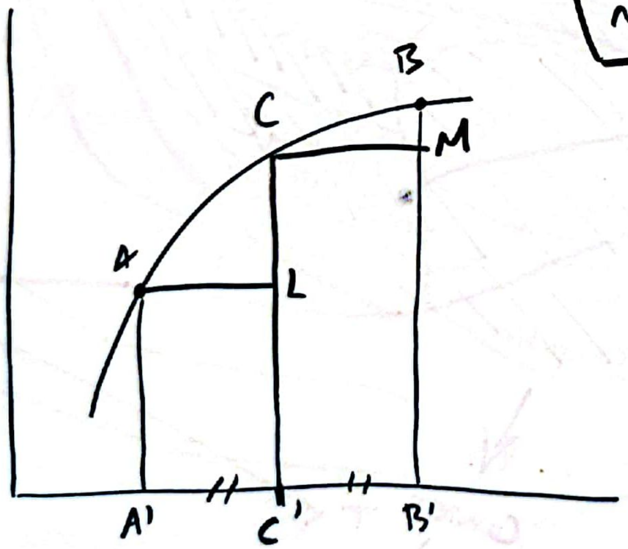
cbf dérivée reflet + fidèle
↓
↗ TAILLE ⟩⟩ intervalle t +pt possible

→ $y = f(x)$ CG

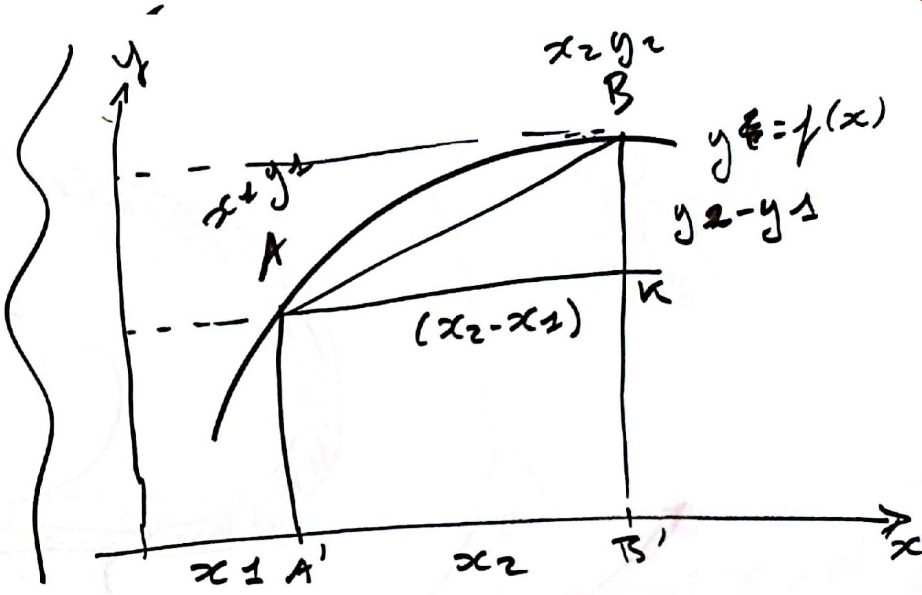


+ pt proche Δx

$\frac{CL}{AL}$ & $\frac{BM}{CM}$



$\boxed{\text{Dérivée en un pt d'une cbe représentative}}$



A'B' "accroissement de la variable"

KB ——— — fonction

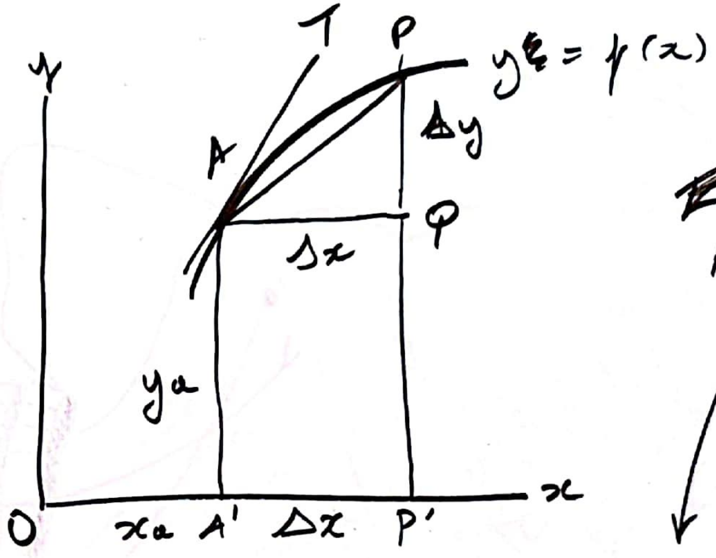
"noté" + marqué que $y_2 - y_1$ sera + gd / $x_2 - x_1$ too

⇙

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{KB}{A'B'} = \frac{KB}{AK}$$

rep par déf la pente droite AB

tx moyen croissance N de AB



$OA' = x_a$

A → P

x_a ACCROIS DE A'P' $= \Delta x$ accroissement de x

cont y_a ordonnée de A
accroiss Δy accroiss f

tx cont $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{QP}{A'P'} = \dfrac{QP}{AQ}$ = pente droite AP

se rapproche pp' le + possible de AA'
P' se rapproche de A'
& $\Delta x \searrow \to 0$

Bévue

$\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$, $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} \to 0$

→ val limite = val

pente de la tan en A à la courbe

$\lim \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ nombre pente

Der ?

séc → tan
AP AT ~~en point~~ en pt A

P → A
$\Delta y \to 0$ également

Graphique

Déri 3

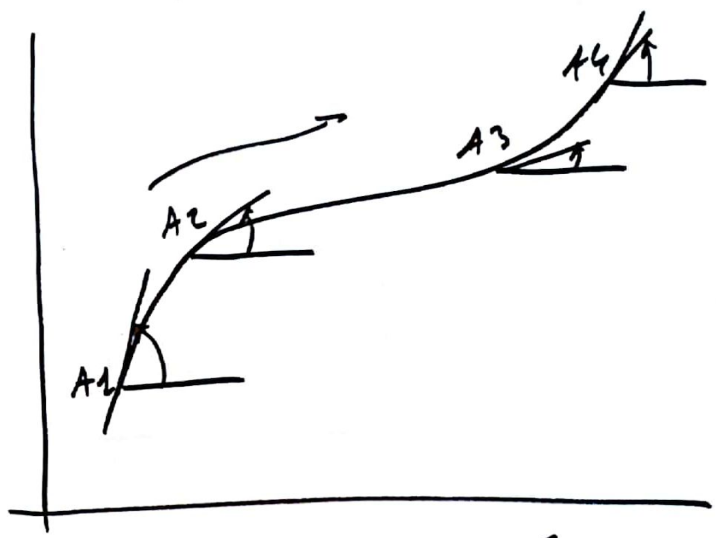
la vraie valeur
du tx de croissance au pt A
de la f $y = f(x)$ au pt A
représentée par val lim
vers laquelle tend le rapport
$\Delta y / \Delta x$ qd $\Delta x \to 0$
n'est autre que
la pente de la tan à la
cbe au pt A

= val dérivée de y correspondant
à l'abscisse x_0 au pt A

mesure → pente tan à cbe en A
= pente cbe au pt A

A x_a

dérivée considérée comme 1 fonction de x



pente tan ↗
varie selon position
donc de x

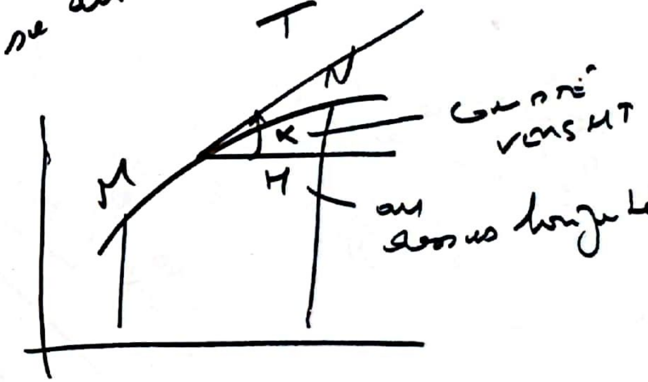
$x \longmapsto$ pente tan en A

$y' = f'(x)$
exprime ↗ pente
en chaque pt de $y = f(x)$
lorsqu'on se déplace
au long de cette cbe

$y = f(x)$ "fonction primitive"

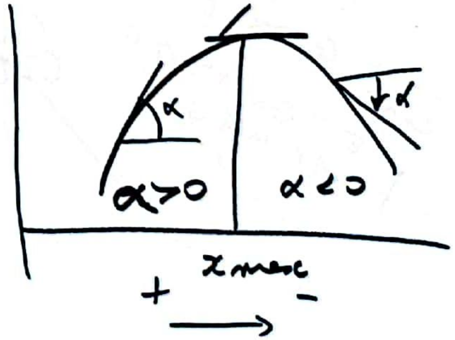
PROP FOND DER

1 f ct ↗ den it, se der + jo > 0 den cut nt



2

3 max o min der = 0



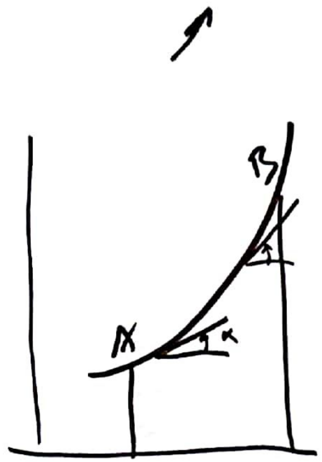
4

ADD
ÉNDE
1/s

nec si $\delta u > 0$ tjrs δu ↗ → ↗

$\delta u = 0$ mini ou max

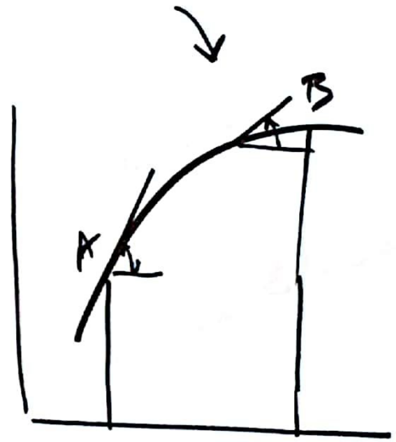
COURBURE



pente de dérivée reste tjs > 0

pente ↗

dér ↗ sur cette intervalle



dér ↘ sur cette int

dér ↗ pas val > 0

concavité supérieure

↘ > 0

concavité inférieure

maximum

dér ne passe pas un maximum

max dér → pt inflexion sur primitive

"accroissements" petits mais finies

$\lim \frac{\Delta y}{\Delta x}$ qd $\Delta x \to 0$

$y' = $

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ se confond avec sa limite y'

→ différentielles

différence aussi petite que l'on veut

dy & dx

NOTAT° DIFFÉRENTIELLE

de la dérivée

qu'à la limite

$\frac{dy}{dx} = y' = dy = y' \cdot dx$

fonction

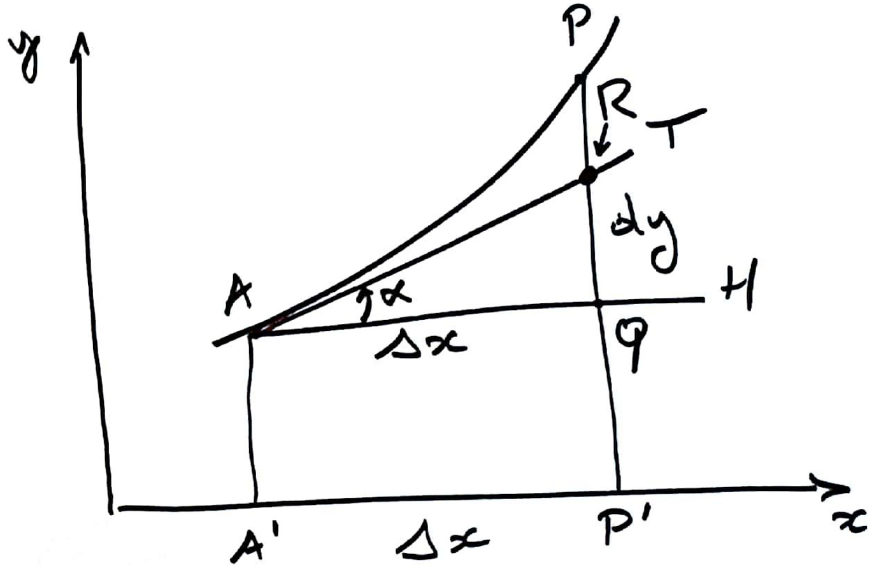
variable

LAGRANGE

écrit → LEIBNIZ

(quotient dérivée

dérivée de y par rapport à x



dy représente « la partie principale » de l'accroissement Δy

lim Δy avec dy

$y' = \frac{dy}{dx}$

INTERPRÉTATION GÉOM DIFFÉRENTIELLE

tg α

pente la tangente AT par déf

val du pt A soit y'

$y' = \frac{RQ}{AQ} = \frac{RQ}{\Delta x}$

$\Rightarrow RQ = y' \cdot \Delta x$

qd $\Delta x \to 0$ alors Δx devient ∞t pt dx

$\Rightarrow RQ = y' \cdot dx$, par déf dy

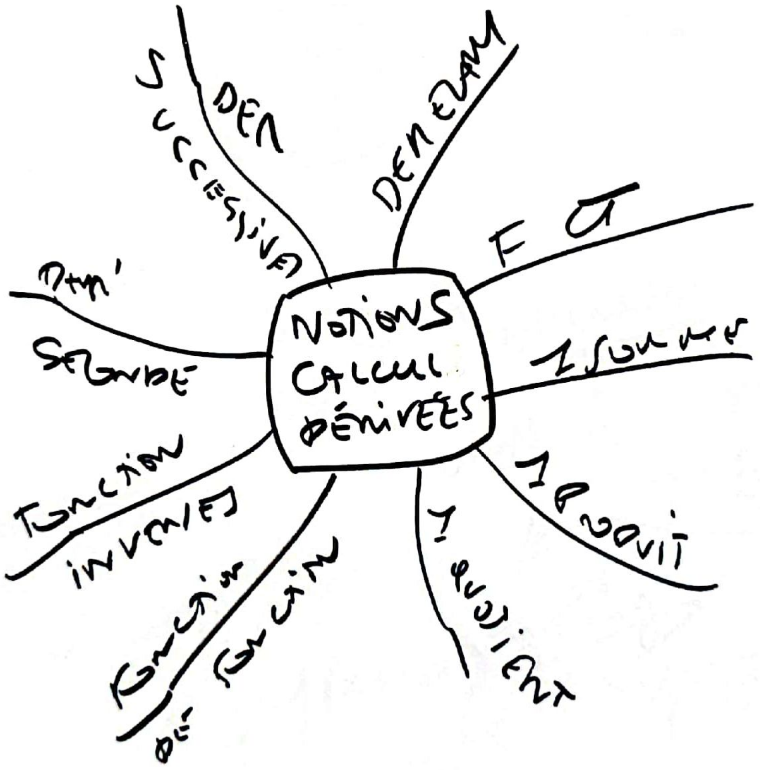
Lorsque $\Delta x \to 0$

(R se rapprochant l'un de l'autre
& P

RQ = dy tend → avec PQ

= Δy

signification géom dy


NOTIONS CALCUL DÉRIVÉES
DÉR
SUCCESSIVES
DÉR ÉLÉM
F G
Σ SOMME
PRODUIT
QUOTIENT
FONCTION DE FONCTION
FONCTION INVERSES
SECONDE

$y = x^2$

$\cancel{y} + \Delta y = (x+\Delta x)^2$

$= \cancel{x^2} + 2x\cdot\Delta x + (\Delta x)^2$

$\div \Delta x$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x\cdot\Delta x + (\Delta x^2)}{\Delta x}$$

$= 2x + \Delta x$

$\Delta x \to 0$

$y' = 2x$

$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$

$\Downarrow$

$d(x^2) = 2x\cdot dx$

$\frac{y}{2} = \frac{2+2}{2}$

$2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2}$

NOTION CALCUL DÉR

$y = f(x)$ calculer sa dérivée

$y' = f'(x)$

principe général s'appuie sur déf

1 On donne à x un Δx

2 calcul Δy correspondant

3 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ dont la lim qd $\Delta x \to 0$

cette lim si elle $\exists$ par déf dérivée

déf dér

T1 T2

"SINGULIERS"

"REBOUILLEMENT"

EX CAL DÉR $y = x^2$

$\Delta x \to 0$

ne pas $\Delta y / \Delta x$

$\div x$

EN PRATIQUE

remplacer x par $(x+\Delta x)$ ds $y = f(x)$

f peut être en ordre Δy

CALCULER ~~$y + \Delta y = f$~~

$y + \Delta y = f(x+\Delta x)$ ~~$y + \Delta y$~~ ~~$f(x+\Delta y)$~~

DÉR ÉLÉM

1 Dér CTE = 0

Si 2 f ne diffèrent que par une CTE elles admettent la même dérivée

$y = f(x)$

$y' = f'(x)$

$y_1 = f(x) + C^{te}$

$y_1' = y' + 0$

2 $y = x$ $\Delta y = \Delta x$ $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 1$

$y' = 1$

3 puis $(x^3)' = 3x^2$

$$\boxed{\frac{d(x^n)}{dx} = n \cdot x^{n-1}}$$

4 exposants négatifs ~~&~~ puissances

ou

$(\sqrt{x})' = (x^{1/2})'$

$= \frac{1}{2} x^{(1/2-1)}$

$= \frac{1}{2} x^{-1/2}$

$= \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})'$

$= -1 \cdot x^{-1-1}$

$= -1 \cdot x^{-2}$ $= -\left(\frac{1}{x^2}\right)$

DCM

F de F

$(x^2+3=U) \rightarrow y=U^2$

f def de x

$y=(x^2+3)^2$

$y'_U = 2U$
$= 2(x^2+3)$

$U'_x = 2x$

$\boxed{y'_x = y'_U \cdot U'_x}$

$y'_x = \frac{dy}{dx}$

$= \frac{dx}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

$= y'_U \cdot U'_x$

F.J

$f \times K$

$y = f(x) \times K$

$(K \cdot \Delta y)/\Delta x$

Si un facteur ct × f^n, × opérateur la dérivée

$(x^3)' = 3x^2$

$(ax^3)' = 3ax^2$

Si on connait y' de $y=f(x)$
→ cal facteur
de $ky = ky'$

QUOTIENT

$\boxed{\frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}}$

PRODUIT

$U = 2x+1 \quad U' = 2$

$V = x^2+3 \quad V' = 2x$

$(2x+1)(x^2+3)$

$y' = U'V + UV'$
$= 2 \cdot (x^2+3) + (2x+1)$
$= 6x^2+2x+6$

$y = U \cdot V$

$y' = U' \cdot V + UV'$

SOMME

$y = 3x^2+2x+4$

$y' = (3x^2)' + (2x)' + (4)'$
$= 6x+2+0$

$y = U+V+W$

$\boxed{y' = U'+V'+W'}$

DER

dérivées successives

n fois dérivable jusqu'à n

$y = ax^2 + bx + c$

$y' = 2ax + b$

$y'' = 2a$

$y''' = 0$

pas dérivable au delà ordre 3

∞

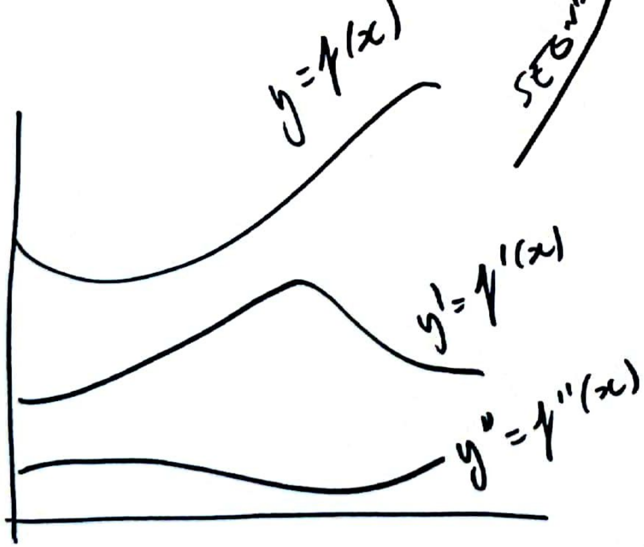
$y = \sin x$

f approximée

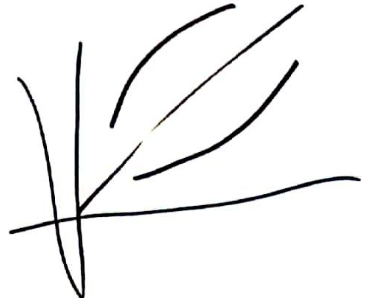
Formule McLaurin

$\frac{d(dy/dx)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$

seconde



f inverses



Δy devant Δx

$y = f(x)$

$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

les 2 f inverses ont donc rel. inverse

y' $\quad y = f(x)$

$1/y'$ $\quad x = \varphi(y)$

$y = x^2$

$x^2 = y \quad x = \sqrt{y}$

$2x$

$y = \sqrt{x}$

$1/2(x) \to y$

$1/2\sqrt{x}$