1) $\mathbb{R}$

intro

$\mathbb{Z}$ symétrisation de $\mathbb{N}$ +

$\mathbb{Q}$ inverse $x \neq 0$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

② $\mathbb{R}$ archimédien

pr tt réel $a, b > 0$

$\exists n \in \mathbb{N} \quad n \cdot a > b$

③ $\leq$ RO total

comp avec $\pm$ et ds $\mathbb{R}_+^*$ avec $\times$

④ Valeur $\mathbb{R} \xrightarrow{\text{sur}} \mathbb{R}_+$

$x \longmapsto |x|$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \\ x \leq 0 \Rightarrow |x| = -x \end{cases}$$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad |x| = \max\{-x, x\}$

P

$|x| \geq 0$

$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$|xy| = |x| \cdot |y|$

$|x + y| \leq |x| + |y|$

$||x| - |y|| \leq |x - y| \leq |x| + |y|$

II ③ ①

$\mathbb{R}$

monô

$\forall a < b \quad \exists q \in \mathbb{Q},$

$a < q < b$

1) $\mathbb{R}$

intro

$\mathbb{Z}$ symétrisation de $\mathbb{N}$ +

$\mathbb{Q}$ inverse $x \neq 0$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Monoïde

Anneau C unifère et intègre

$\mathbb{Q}$ Corps $\in$

$x^2 = 2$

sur corps de $\mathbb{Q}$

RO total

A) P corps réels

① $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ CC

$(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ SC de $\mathbb{R}$

est dense ds $\mathbb{R}$

entre 2 réels quelc existe au moins un rat

$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2 \quad a < b \quad \exists q \in \mathbb{Q}, \quad a < q < b$

② $\mathbb{R}$ archimédien

$\forall$ tt réel $\frac{a}{b} > 0$

$\exists n \in \mathbb{N} \quad n \cdot a > b$

③ $\leq$ RO total

Comp avec $\pm$ et ds $\mathbb{R}_+^*$ avec $\times$

④ Valué $\mathbb{R} \xrightarrow{\text{sur}} \mathbb{R}_+$

$x \longmapsto |x|$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \\ x \leq 0 \Rightarrow |x| = -x \end{cases}$$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad |x| = \max\{-x, x\}$

P

$|x| \geq 0$

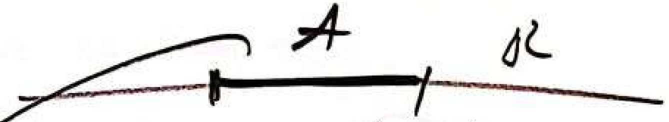
$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$|xy| = |x| \cdot |y|$

$|x + y| \leq |x| + |y|$

$|x| - |y| \leq |x - y| \leq |x| + |y|$

⑤



et majorée
admet une borne supérieure
notée **sup A**
(l'ensemble des majorants de A
admet un elt minimum)

inf A

dire que $a = \sup A$
équivaut à dire que a majore A
et que tt autre majorant de A est
supérieur à a
donc que tt réel strict inférieur à
a n'est pas un majorant de A

$$a = \sup A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in A \quad x \leq a \\ \text{et} \\ \forall \varepsilon > 0, \exists x \in A, \ x > a - \varepsilon \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists x \in A \,/\, a - \varepsilon < x \leq a$$

inf B

lors $a \in A$ **$a = \max A$**

B) intervalles de ℝ

D $a \neq b$ $a < b$

$[a, b]$ = segment

$a \leq x \leq b$

$] \ [$ $c = \frac{a+b}{2}$ centre

$b - a$ diamètre
longueur
amplitude

P Une partie de ℝ est un int de ℝ
ssi $I \neq \emptyset$ et si
$\forall (x,y) \in I^2, \ x \leq y \Rightarrow [x, y] \subset I$

$]-\infty, +\infty[$

$] \ [\cap] \ [$ soit $\emptyset$
soit $] \ [$

$\cup$ 2 int disjoints, ~~Int~~

int de centre x_0

Soit $h>0$

$x\in[x_0-h;\ x_0+h]$

$\Updownarrow$

$x_0-h\le x\le x_0+h$

$\Updownarrow$

$-h\le x-x_0\le h$

$\Updownarrow$

$|x-x_0|\le h$

ou strict

c) Partie entière

T $\forall x\in\mathbb{R}\ \exists!\, q\in\mathbb{Z}$ tq

$\underbrace{q\le x<q+1}$, $\quad q=E(x)$

D) f non bornée

D majorée si $f\langle E\rangle$ est une partie majorée de $\mathbb{R}$

Par D

$$M=\sup_{x\in E}\{f(x)\}\qquad m$$

majorée et minorée

Bornée