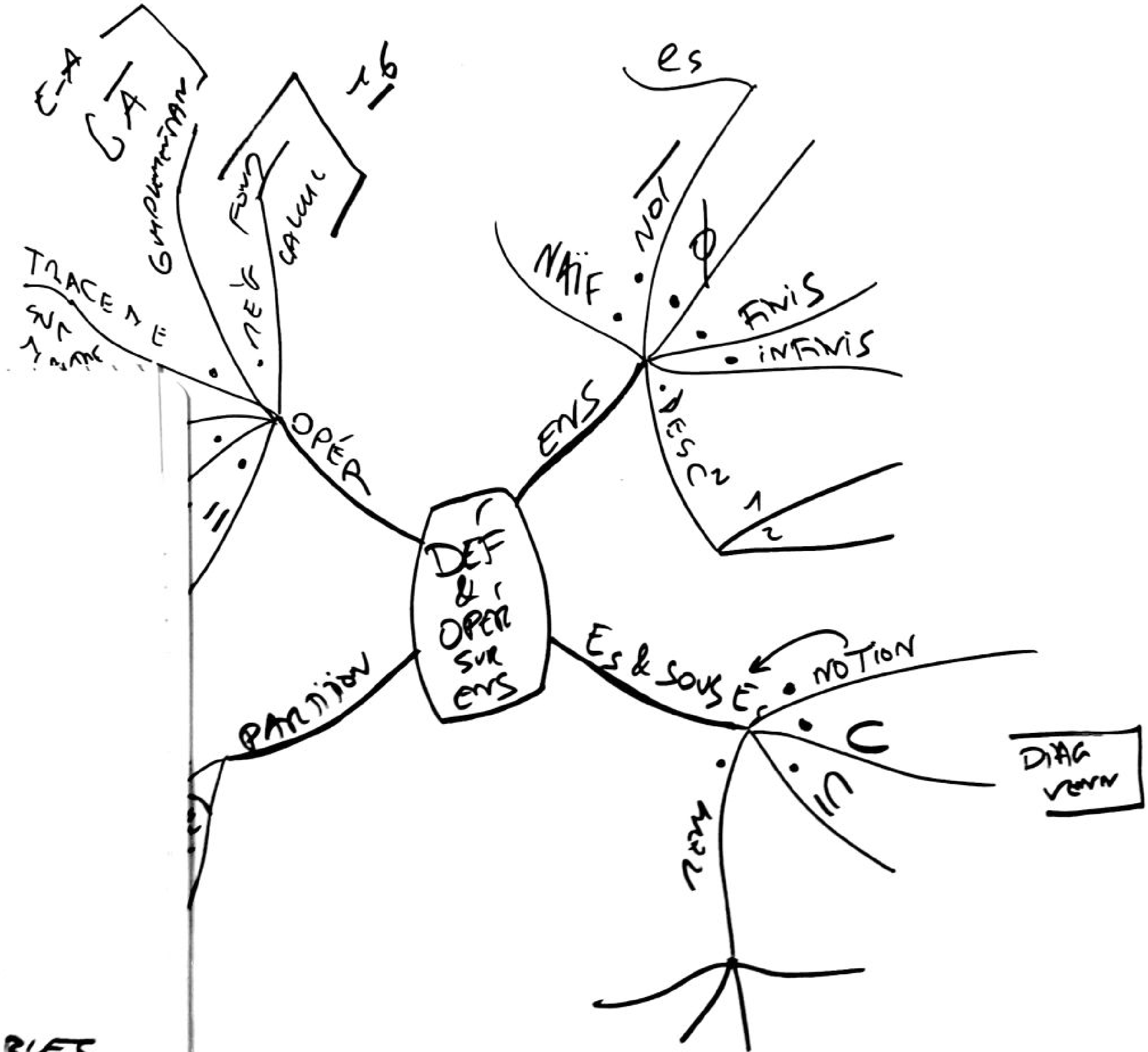
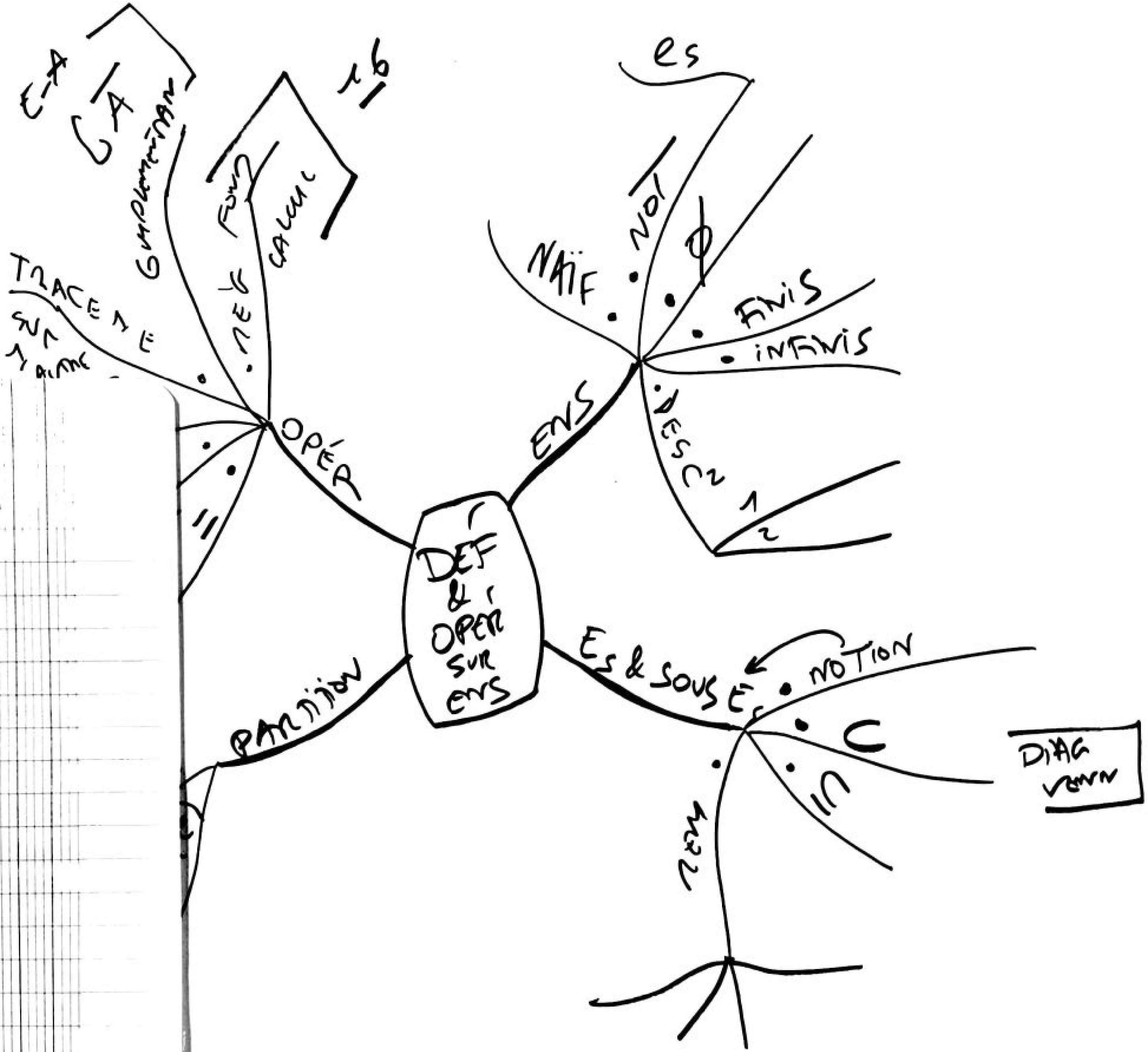
5 + 34
= 39 pages

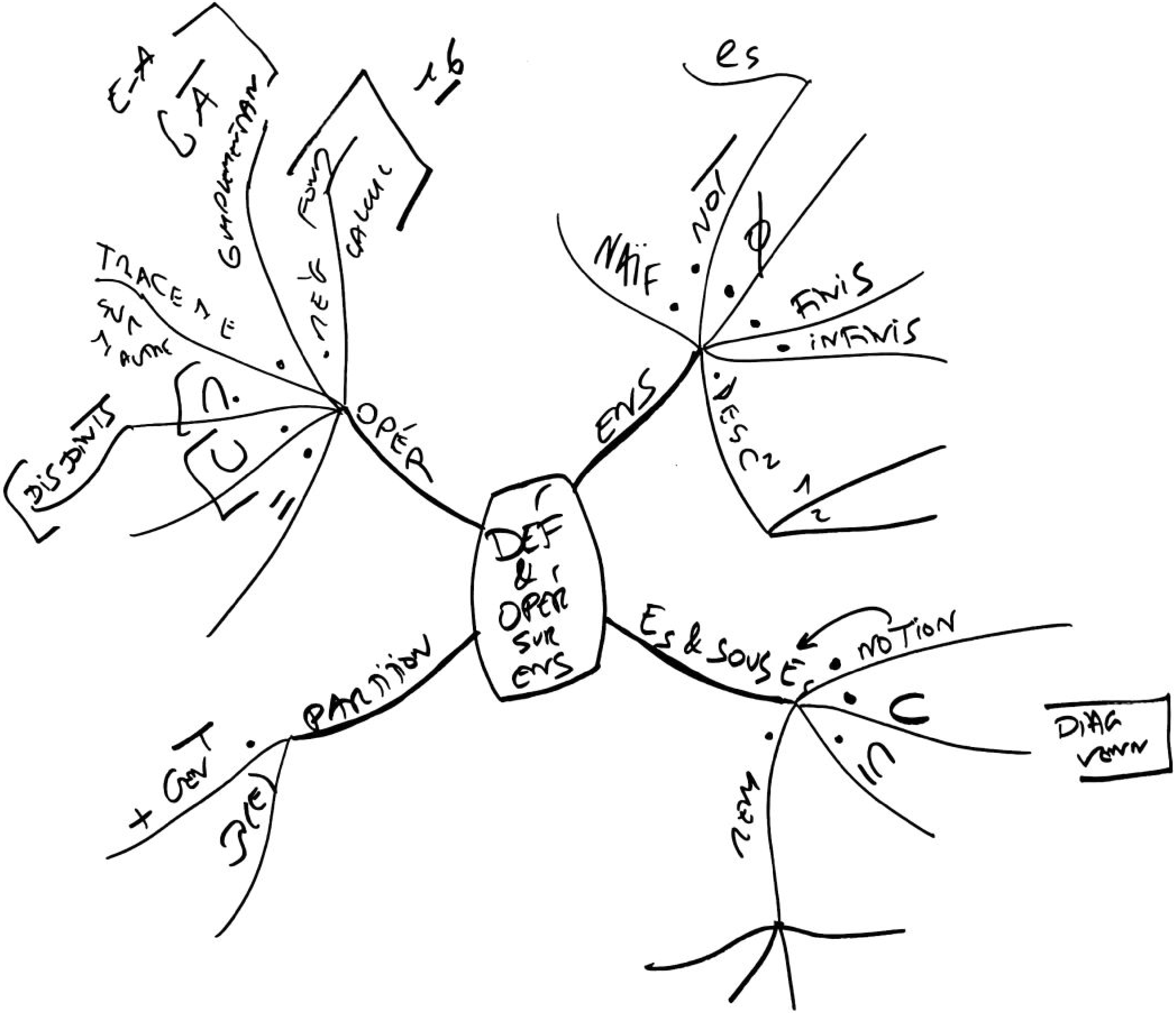


CAMATINI COLLECTION
THÉORIE ENSEMBLES

1



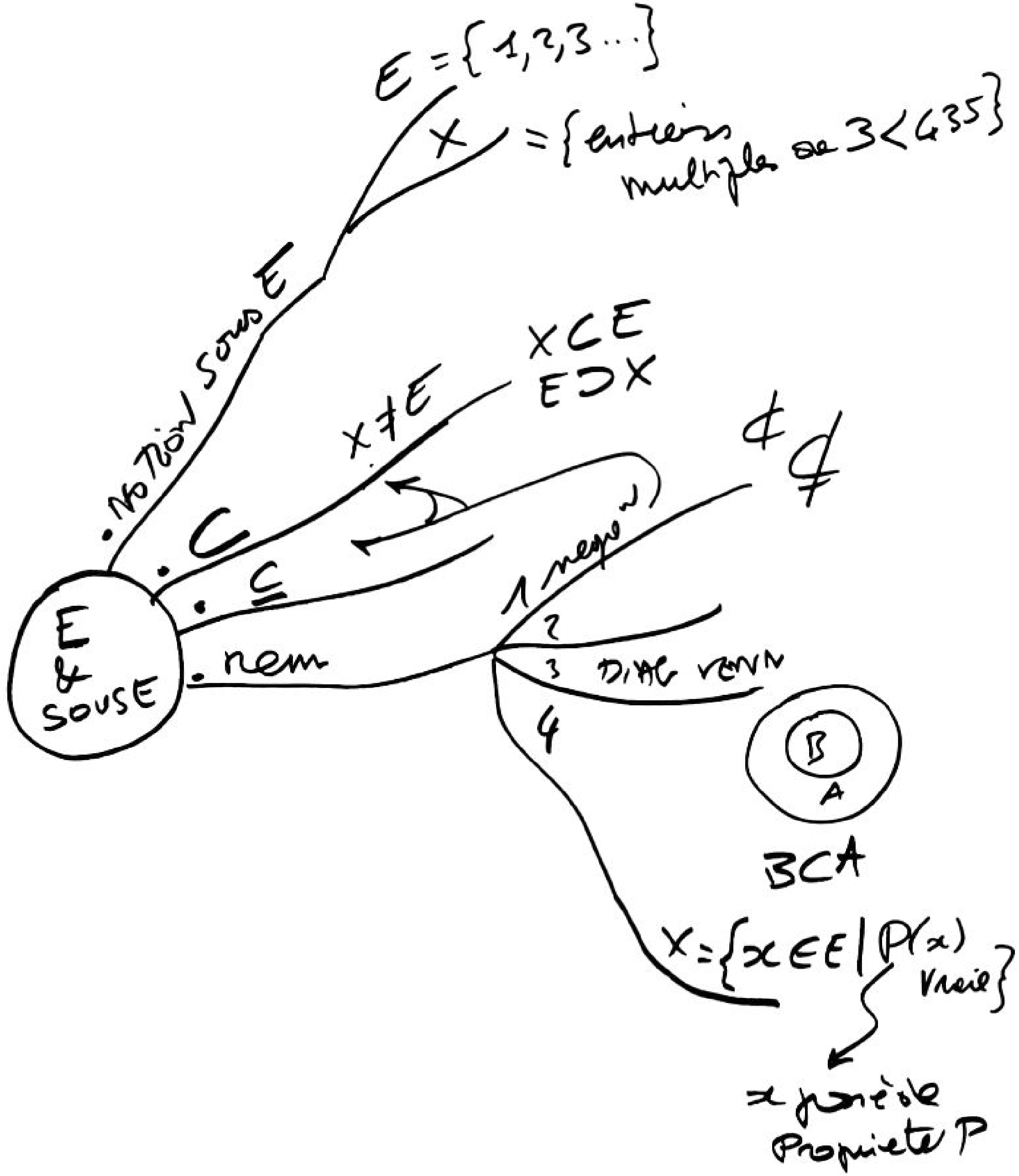
CAR COL
Def & operations sur ens



DÉF & OPÉR SUR ENS
OPÉR
ENS
ES & SOUS ES
PARTITION
NAÏF
NOT
Ø
FINIS
INFINIS
DESC
es
NOTION
DIAG VENN
REM
+ GEN
P(E)
TRACE 1 E SUR 1 AUTRE
DISJOINTS
CALCUL
E-A
CA

ENS

- • NAÏF
- • NOTATION
  - $x \in E$
  - $x \notin E$
- • $\varnothing$
- • Finis
  - compter
  - $\{a_1, a_2, \dots a_n\} = E$
- • infinis
  - les es ne sont pas en nb fini
- • DESN
  - 1 enumerer
    - $E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
    - $F = \{1, 2, 3\}$
  - 2 enoncer P car es
    - $E = \{x \text{ entier, pair et } \leq 10\}$
    - $F = \{\_\_\_\_ \mid x^2 < 16\}$


E & SOUSE
. NOTION SOUS E
E = {1,2,3...}
X = {entiers multiples de 3 < 435}
. ⊂
X ≠ E
X ⊂ E
E ⊃ X
. ⊆
1 negon
⊄ ⊄
. rem
2
3 DIAG VENN
4
B
A
B ⊂ A
X = {x ∈ E | P(x) vraie}
x possède propriété P

PARTITION

Ens SE = Ens parties = Booléen de E $B(E)$ $\mathcal{P}(E)$

a b c 3 objets

$E = \{a, b, c\}$

1) $\emptyset$

2) $\{a\}$ $\{b\}$ $\{c\}$ singletons

3) $\{a, b\}$ $\{a, c\}$ $\{b, c\}$

4) $\{a, b, c\}$

8 SE $= \mathcal{P}(E)$

+ Gént

$E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$

nb SE contenus ds E = $\boxed{2^n}$

OPÉRATIONS

3 FOND

$\cup$

$\cap$

$\complement$

→ De Morgan

=

$\cup$

A B C

S tout chaque e appartient à l'un au moins) ★

$S = A \cup B$

somme logique

A = {entiers naturels multiples de 3}

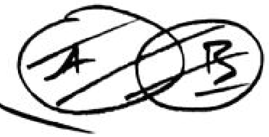
$= \{3, 6, 9, \ldots\}$

$B = \{7, 14, 21 \ldots\}$ — 7

$S = A \cup B$

=

ou -ou



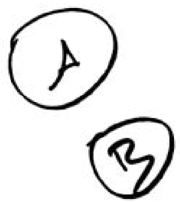
$\cap$

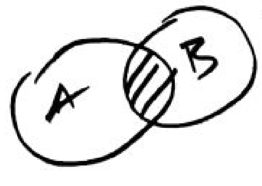
produit logique

$A \cap B = \emptyset$

A B disjoints

e chacun





$A = \{1, 2, 3, 4, 5 \ldots 50\}$

$B = \{5, 10, 15, \cancel{20} \; 95, 100\}$

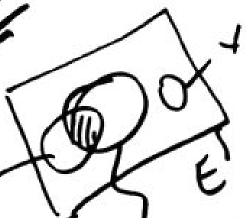
$E = A \cap B$

$= \{5, 10, 15, 20, \ldots 45, 50\}$

Trace d'un ensemble sur un autre

Trace de X sur A = $A \cap X$

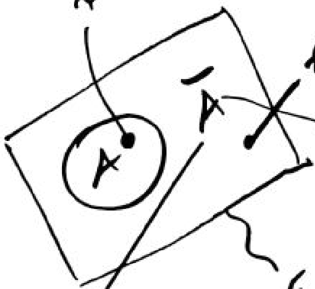
X arbitraire



A déterminée

cette trace comme partie de A

COMPLÉMENTAIRE



$x \in A$

$x \notin A$

$\bar{A}$

$= E - A$

$= \complement A$

Complémentaire de A dans E

1) $\emptyset = \complement E$

$E = \complement \emptyset$

2) $\complement(\complement A) = A$

3) $A \cup A = A \quad A \cap A = A$ idempotence

4) $A \cup (\complement A) = E \quad A \cap (\complement A) = \emptyset$

5) $A \cup \emptyset = A \quad A \cap E = A$

6) $A \cup E = E \quad A \cap \emptyset = \emptyset$

7) $A \cup B = B \cup A$ Commutatives

$A \cap B = B \cap A$

8) $A \subset (A \cup B)$, $(A \cap B) \subset A$ Complémentaire de $\underset{\cap}{\cup}$ et $\underset{\cup}{\cap}$ se con

9) $\complement(\overset{}{A \underset{\cap}{\cup} B}) = (\complement A) \underset{\cup}{\cap} (\complement B)$

10) $A \subset B \Leftrightarrow \complement A \supset \complement B \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A$

11) $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset \complement B \Leftrightarrow B \subset \complement A$

12) $\cup \quad = E \quad \complement A \subset B \Leftrightarrow \complement B \subset A$

13) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$ Associativité

14) $A \underset{\cap}{\overset{\cap}{\cup}} (B \underset{\cup}{\overset{\cap}{\cap}} C) = (A \underset{\cap}{\overset{\cap}{\cup}} B) \underset{\cup}{\overset{\cap}{\cap}} (A \underset{\cap}{\cup} C)$ Dist $\cup / \cap$, $\cap / \cup$

15) $A \subset B$ entraîne $\forall C$ $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ et $(A \cap C) \subset (B \cap C)$

16) $(C \subset A$ et $C \subset B) \Leftrightarrow [C \subset (A \cap B)]$

$(A \subset C$ et $B \subset C) \Leftrightarrow [(A \cup B) \subset C]$

$\times / +$

[redacted]

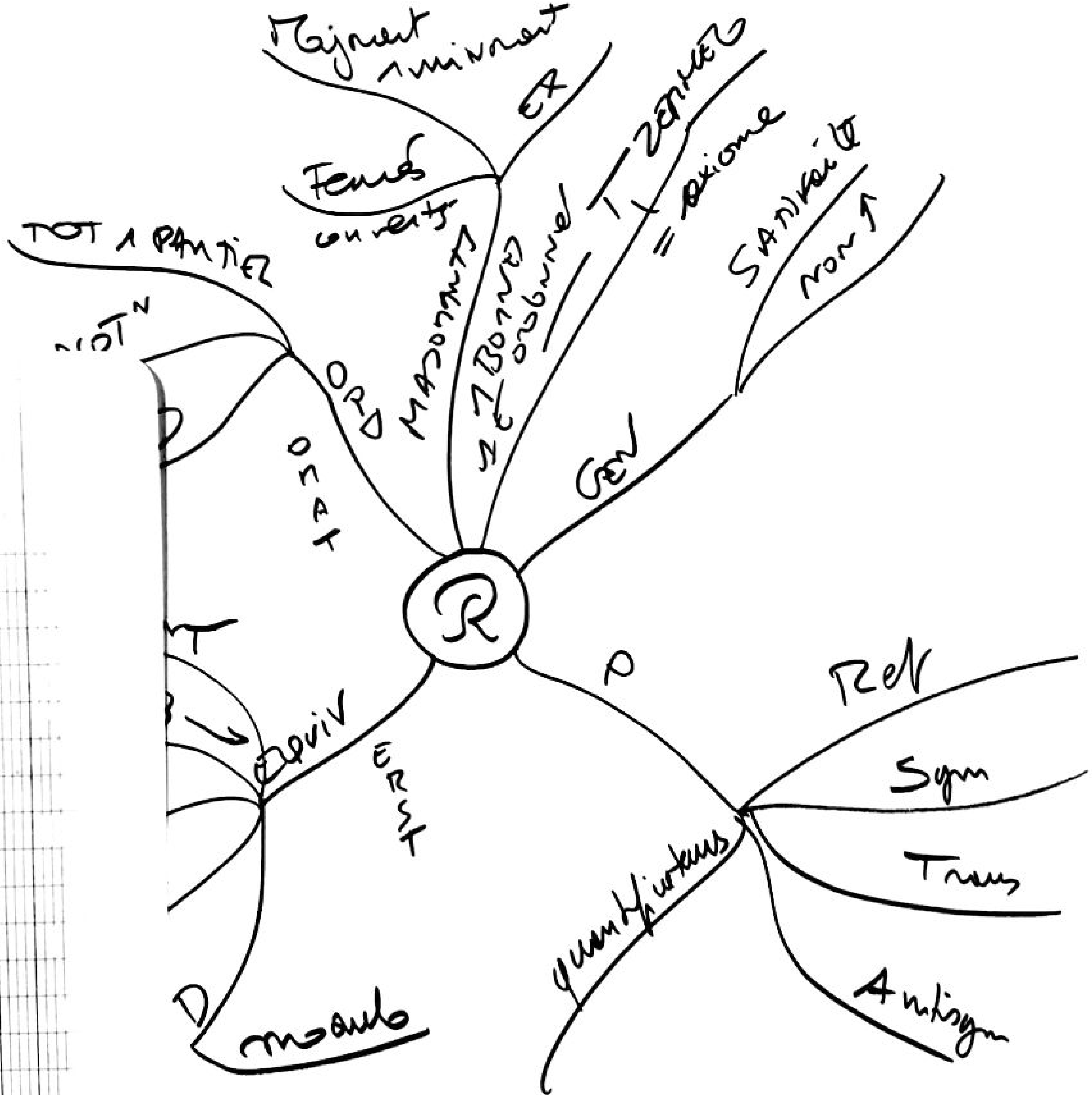
$\sim$ 2 termes

1C

$\simeq$

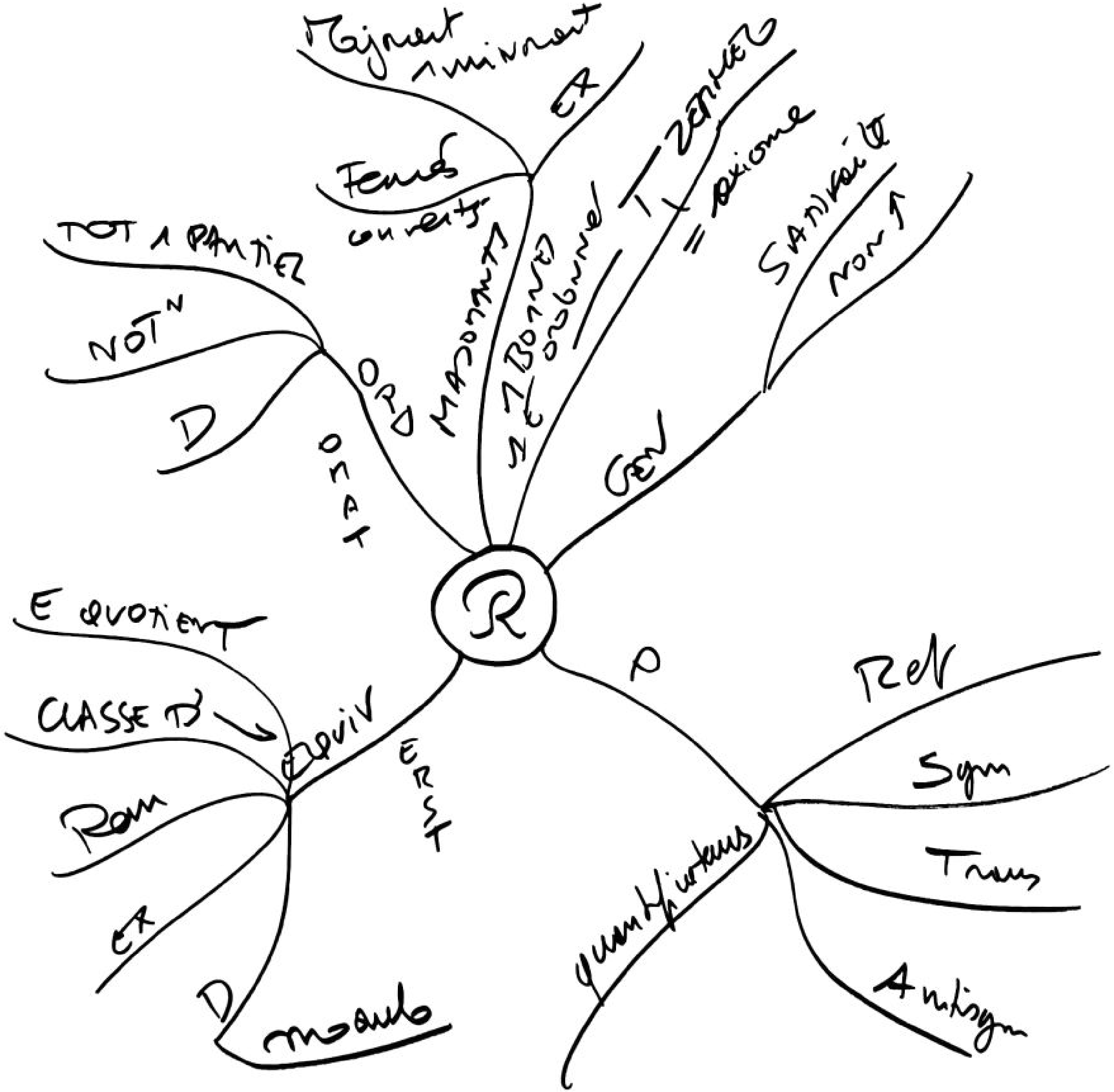
$+ = +$

$- \quad -$


R
ORD
GEN
EX
Majorant
Fermé
TOT / PARTIEL
axiome
ZERMELO
MAJORANTS
EQUIV
Rel
Sym
Trans
Antisym
quantificateurs
D

2

Cor cal
R


R
Majorant
minorant
EX
Fermés
ZERMELO
axiome
ORD
TOT
PARTIEL
NOTN
D
MAJORANTS
GEN
non
E QUOTIENT
CLASSE D'
EQUIV
Rom
EX
D
modulo
Rel
Sym
Trans
Antisym
quantificateurs

x = personnage
y = un autre
R = " est le père de "

R{x, y} → vraie pour tous couples (x, y)

(Caïn, Abel) V
(Abel, Romulus) F

non Schizophrénie

R' est le père de
(Louis XIII, ~~XII~~ XIV)
(Adam, Abel)

on peut permuter x et y sans changer R
pas possible

R{Caïn, Abel} = R{Abel, Caïn}
R' non

GEN

tous R
n'ont pas les
mêmes P
avant Gulliver
donc systématiquement

P R

Quantificateurs
- existentiel : $(\exists x)$ ou non...
- universel : $(\forall x)\ R\{x,y\}$
- pouvoir choisir un application : $R\{x,y\}$

Réflexivité $\Leftrightarrow$ quel que soit x de le somme on a $R\{x,x\}$
- Ex : "grand-mère" — = grand-mère de x
- $=$: $x = x$

Symétrie : $R\{x,y\} \Rightarrow R\{y,x\}$
- "être de la même famille" oui
- "être divisible de" non
- x divisible de y $\not\Rightarrow$ $y \ldots x$ (sauf si $x=y$)

Transitivité : $R\{x,y\}$ et $R\{y,z\} \Rightarrow R\{x,z\}$
- = // est divisible de

Antisymétrie : $R\{x,y\}$ et $R\{y,x\} \Rightarrow x=y$

~~≡~~

$3/4$ $\frac{6}{8}$ représentées par symboles identiques

rel° précédemment qui s'i traduisait sont exprimées

ce sont ? symb équivalents

gén° formelle

$\mathcal{R}$ =

équiv

REM

~~ERST~~

RST

D

$\mathcal{E}$

$\mathcal{E}\{x, y\}$

$x \equiv y \pmod{\mathcal{E}}$

x congru à y modulo $\mathcal{E}$

— équivalent à y

$\mathcal{R}_S$

EQUIV 1

EX

① "$a \parallel b$"

P

$\parallel$ $\equiv$

coplanaires

(x, y) couples quelconques

n'avoir aucun pt commun de D_S

$\mathcal{E}\{x, y\}$ — R $\mathcal{E}\{x, x\}$ — S — T

$x \equiv y \pmod{\mathcal{E}}$

S

R

$x - x = 0$

$\mathbb{Z}$

③

$x - y$ multiple de 3

$= 30 = y - x = :3$

$x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$,

$\mathcal{E}\{x, y\}$ = "$x - y$ divisible par 3"

T

S

R

$22 : 3 : 7$ 1

$y = 22$

$(19, 22)$ vérifie $\mathcal{E}$

←

②

$\mathbb{N}$

" ÷ de x par 3

donne le même reste que la ÷ de y par 3 "

$(19, 20)$ ne vérifie pas R

$19 : 3 = 6$ 1

q r

$20 : 3 = 6$ 2

$\mathcal{R}$ Équiv ?

Ens CE déterminées sur E par $\mathcal{E}$

on Démontre $\mathcal{E}$ définie sur E

une partition de E en CE distinct

$\forall$ partition de E def un E

un $\mathcal{E}$

~~Ens~~ de E par $\mathcal{E}$

quotient

$E/\mathcal{E}$

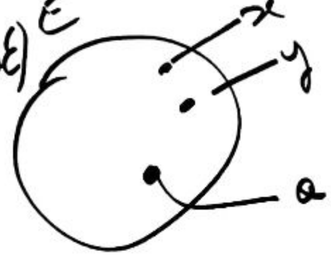
Si on a sur E

$a \equiv b \pmod{\mathcal{E}}$ E

on a

$C(a) = C(b)$

ds $E/\mathcal{E}$



a on peut lui associer un certain nbr es $a_1, a_2, \dots$ tq

CLASSE EQUIV

$a_1 \equiv a$

$a_2 \equiv a \dots \pmod{\mathcal{E}}$

partie de E

= classe equiv de a

$\boxed{C(a)}$

EX

$\mathbb{Z}$

"$x-y$ divisible par 3"

soit $x = 3$

$\dots y = -15, y = -12 \dots y = 3,$

$y = 6$

$y = 9 \dots$

multiple entiers - ou + de 3 ou le nb 0

val suiv de y

sont equivalents à 3 pour la R considérée

$C(3)$

$x = 2$

$y = -16 -13$

2

5

8

$C(2)$

$C(1)$

1 nbr entier relatif quelconque est

soit multiple de 3

soit un multiple de 3 -1

3+1

$\Uparrow$

3 CE que nous avons trouvées

$C(1)$ $C(2)$ $C(3)$

sont les 3 seules classes possibles ds $\mathbb{Z}$

R ORDRE

DEF bin

R

~~ω{x,y} Ref~~

T "ω{x,y} et ω{y,z}" => ω{x,z}

A "ω{x,y} et ω{y,x}" ⟺ x = y

ω{x,y}

EX ≤ ℕ

"x ≤ y et y ≤ z" => "x ≤ z" T

"x ≤ y et y ≤ x" x = y A

x ≤ x R

ordonné selon cette R

Rem < ~~ou≤o~~ ~~ℝ~~

G D

"est la G de"

x est à la G de x

confondu

≤ inférieur à

< strictement

Not° ≤

Total / Partiel

2 termes tjs comparables

≤ soit a ≤ b
b ≤ a
les 2 a = b

ex divisante ℕ
"/"
11/33

pas totale
si on n'a pas
∀ couple comparables
T A R

ni 1 ni l'autre
pas comparables
~~11/34~~

MAJORANTS & BORNES d'un E ORDONNÉ 1

MAJORANT & MINORANT d'un ENSEMBLE

$(E, \leq)$ rot

X partie de E

x ≤ y

★ minorant pour y

★ majorant pour x

Si ens de tous les majorants de X admet 1 élt + petit que tous les autres on dit Borne sup de

Borne supérieure

pour tout $x \in X$ on ait $x \leq y$

est un ★ majorant de X

$3^{m} \geq 2$

majorant pour E hauteurs véhicules ..

BORNE INF

E fermé 1 → s ouverts

$(E, \leq)$ total ou <

partie élément x dont ordonnés entre 2 ~~elts~~ elts a et b

//

intervalle de E → ≠ cas possibles

cas ↑ croissance

rot

$[a, b]$

$[a, b[$

$]a, b[$

$]\leftarrow, a]$

$]\leftarrow, a[$

$[a, \rightarrow[$

$]a, \rightarrow[$

$]\leftarrow, \rightarrow[$

R entre a, b et x pour

$a \leq x \leq b$ origine extrémité

$a \leq x < b$

≠ types intervalle

a x b

(E)

$\mathbb{R}$ EVS ouvert

A ouvert illimité ds ? E

$]a, \rightarrow[$

$[a, b[$

exclus !

$[a, b]$

MAJ ∩ BORNES

EX

(1)

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

SE $\mathbb{N}$ multiples de 2 inférieurs ou égaux à 10

$X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

11 majorant pour X
puisque pour $\forall x \in X$
on a en $x < 11$
→ ∞é de majorants de X
= entiers ≥ 11

10 pour $\forall x \in X$ $x \leq 10$
majorant pour X
< 11 ∩ to autres majorants
tant que to autres
Borne supérieure de X ⊃ x
2 inférieure

(2)

$\mathbb{Q}$

SE X $x = 1 - \frac{1}{n}$
n entier positif

$x = 1 - 1/2 = 1/2$
$x = 1 - 1 = 0$
$x = 1 - 1/3 = 2/3$

nombre positif

tt nombre réel > 1
aussi

Aucun majorant pour X

tous les < 1

$Y =]-1, 1[$
x réel

BS est E
1 + petit maj

(3)

$\mathbb{Q}^+$

x tq
$x^2 < 2$

x : 0 … 0,5 … 0,7 … 1 … 1,1 … 1,4 ….
x^2 : 0 0,25 0,49 1 1,21 1,96
x : 1,41 1,415
x^2 1,9881 2,002225

DS

majorant pour X
et > 2

aucun tout carré = 2
ø de majorants
pas de BS

$\mathbb{R}$
$\sqrt{2}$
BS

Zermelo

(1) Axiome

Sur tout E, ∃ o^{re} E bien ordonné

X

(E, ≤) TOT

Si pour tout $x \in X$ il existe une a de X

tq $a \leq x$

+ p^{te} e de X

≃ + gd

tout E fini non vide ⊃ ds E

possède 1 + pt 1

+ gd e

(2)

(E, ≤)

tte partie ≠ ∅ admet un + p^{te} e

Bien ordonné

Pour une partie ℕ

soit un + gd e

il suffit qu'elle soit finie

1 non vide

Mais autre SE X' = {3 et ses multiples < 100}

⇓

si

∄ nbr qui soit le + gd multiple de 3

⇓

infinité

ℕ

+ p^{te} e

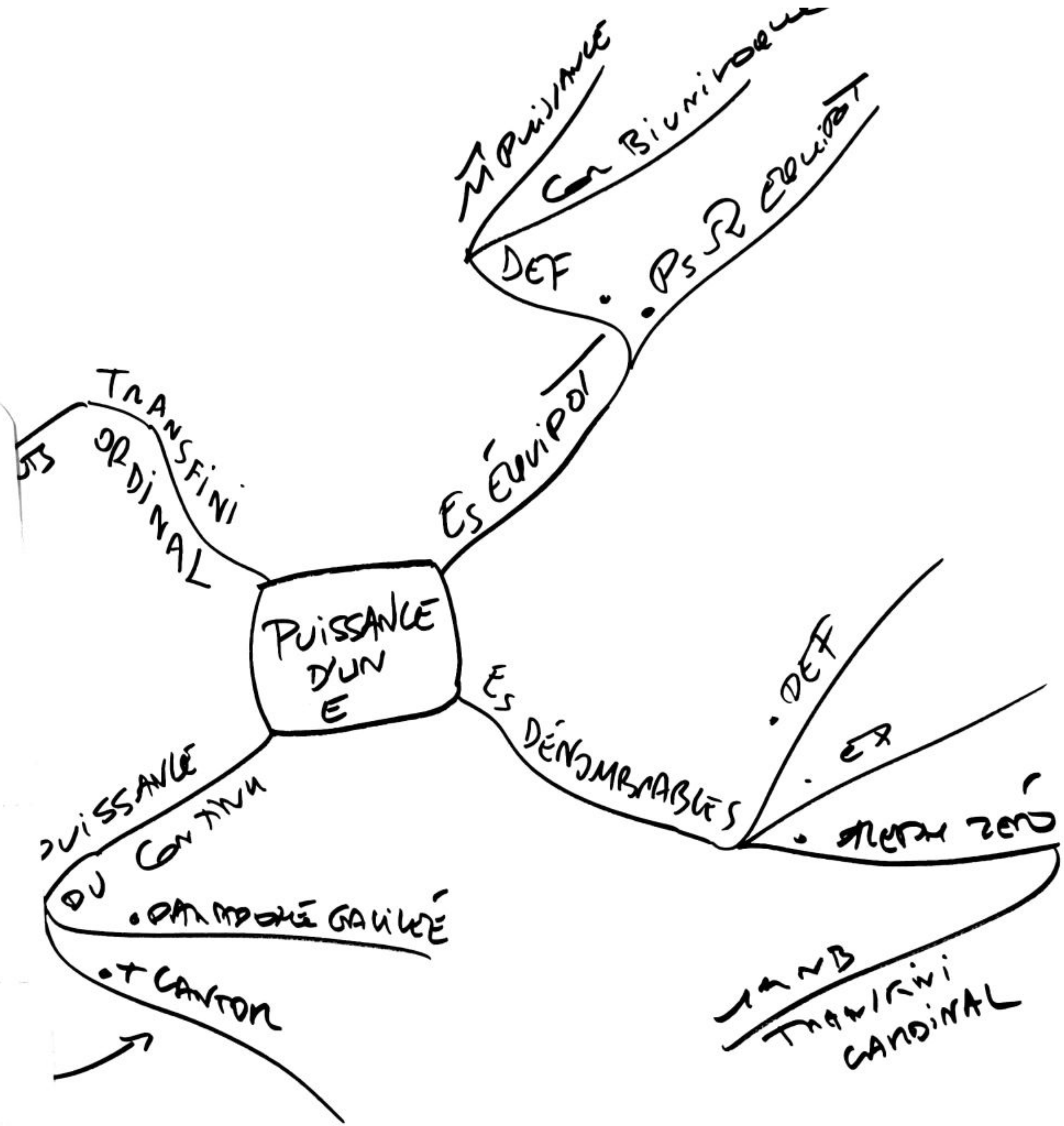
X = {3 et ses multiples}

★ mais pas mec + ~~Autre~~

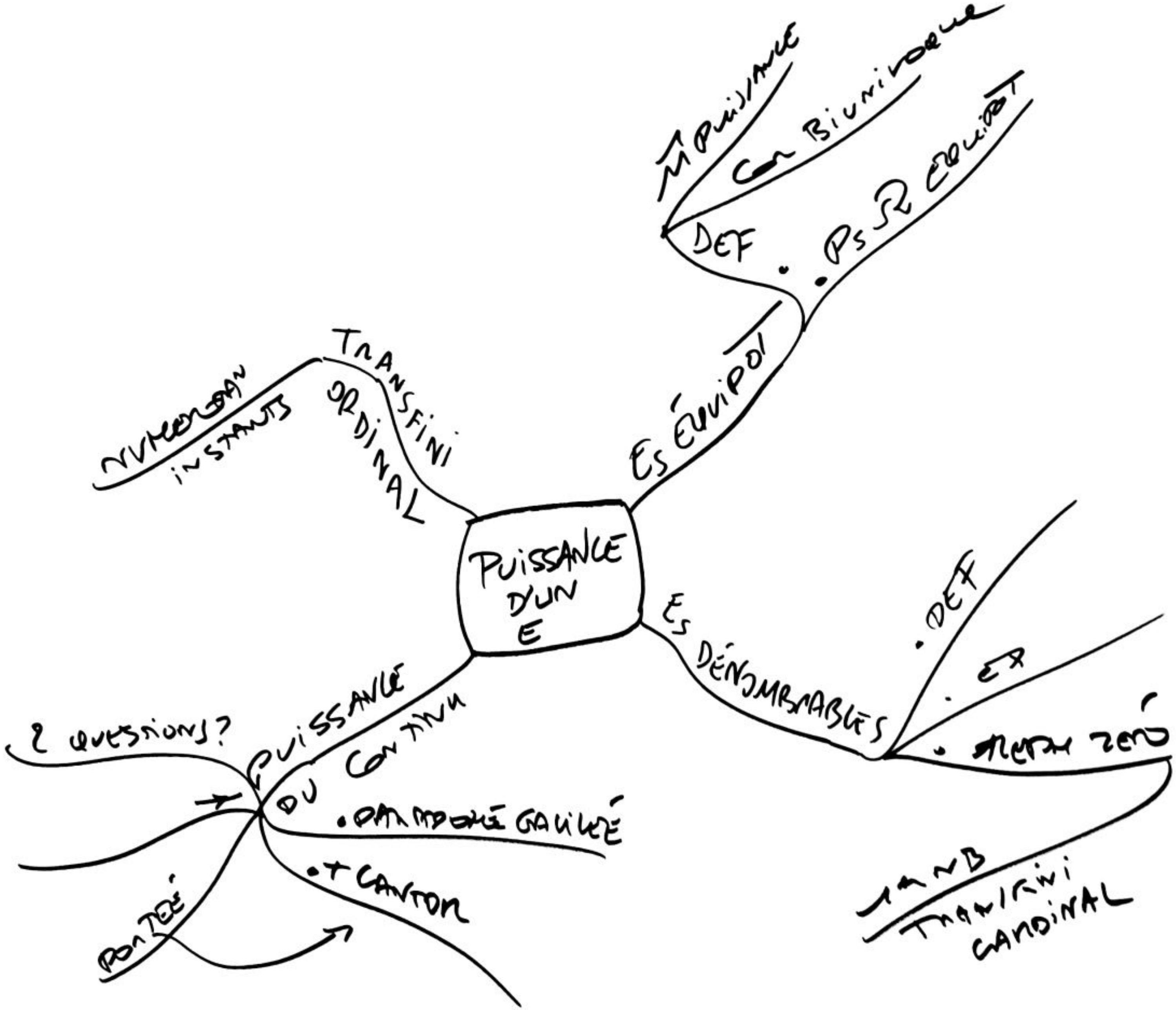
+ gde

partie quelconque

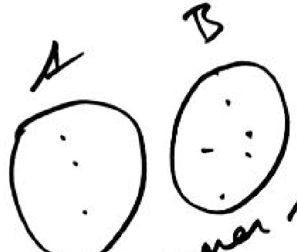
Compris tjs 1 + p^{te} e



Car cot
Puissance d'un E



PUISSANCE D'UN E
Es ÉQUIPOT
DEF
M PUISSANCE
Cor BIUNIVOQUE
• Ps ℝ ÉQUIPOT
TRANSFINI ORDINAL
NUMÉRATION INSTANTS
Es DÉNOMBRABLES
• DEF
• EX
• ALEPH ZÉRO
NB TRANSFINI CARDINAL
PUISSANCE DU CONTINU
2 QUESTIONS?
• PARADOXE GALILÉE
• + CANTOR
PORTÉE



Comparer nb es E fini

Compter → A et B ont même puissance = équipotents

card E

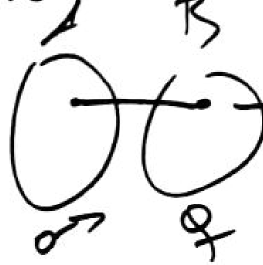
D

applications

→ DEF autrement

~~Comptage~~

Es infinis



Compter mixte

calcul

A équipot à B ?

tout

a_i Cor b_i

1 and seul

Cor biunivoque

= Équipot

Es EQUIPOT

Ex

$\mathbb{N}^*$

1 2 3

-1 -2 -3 ent. -

$\forall a$ | cor biunivoque | $-a$

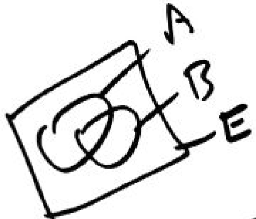
→ 2 ens ont équipot

P $\mathcal{R}$ EQUIPOT

RST ①

EQUIV

$E_q\{A,B\}$



③

$E_q\{A,B\}$ est une $\mathcal{R}$ équiv ds $P(E)$

Classe équivalence $\mathcal{R}$ selon cette à laquelle $\in A$

② $E_q\{P(A),P(B)\}$

$P(A)$ et $P(B)$

~~E~~ E_q [puissance de A]

Es DENOMBRABLES

ALEPH ZERO.

" $\aleph_0$ = ~~1er~~ 1er ~~nb~~ nb transfini card

puissance de $\mathbb{N}^*$

La puissance de tt E dén est conc nommée par son nom

.D

$\mathbb{N}^*$ ∞

impossible série

" il y a tant de nbs entiers "

Pus les nommer

puissance p

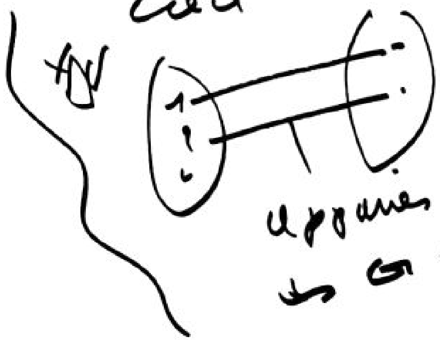
E quelconque

à ~~l'~~ l'aide Dem.

→ 1 E est dénombrable

Si il est équipot à $\mathbb{N}^*$

c.à.d



appariés à l'infini

E_+

① ② ③ ④

peut Dém

Ts suivants

$\mathbb{N}^*$	1	2	3	4	5	6
$\mathbb{Z}^*$	1	-1	2	-2	3	-3

E des mult de 3 dénombrable

1	2	3	a
3	6	9	3a

ens rat o/v est dén

∞

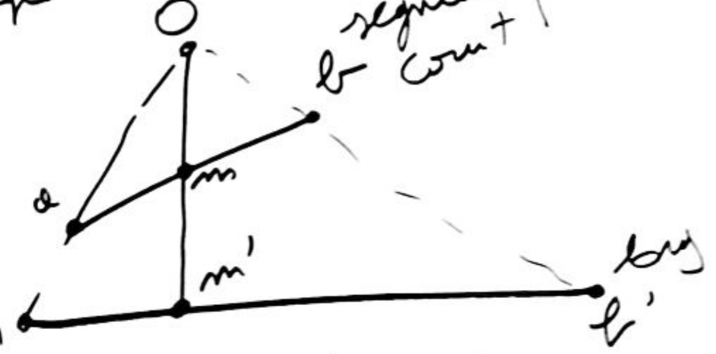
U finie fin Es dén est un E dén

∀ SE ∞ B et l'un est limité dén

ens A est dén

PUISSANCE du 1 CONTINU

- Paradoxe de Galilée



il y a autant de points sur [a, b] que sur [a', b']

même puis

résolu Dedekind 1872

une ligne droite est + riche en pts individuels que l'ens E nbs algébriques en nbs de strict

SE dénombrable

dén ⇒ SE de nat $0 \le x \le$ dén

⇒ 2 SEs

nat SE dén

non dén irrat

algé ~~ques~~ noc eq ~ à degré dén

NON ↑ dén

transcendants

évolutionnaire de 1 bis dén TCantor

nat

PORTÉE

∞

0 1

E pts int $0 \le x \le 1$ NON DÉN

T CANTOR

puis R

par

nb

nt D numérique

R

nat ent frac + −

irrat $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$

transcendants π e

E

cor

E géom

réel

ens point

ens R

Sont équip.

Puis Cnt 2

Puis Cnt = Puis int $0 \leq x \leq 1$

Ens points

Eφ

~~R~~ Puis Réel

$-\infty < x < +\infty$

lui aussi puis Cnt

N_0 = puissance de N

N de $R > N_0$

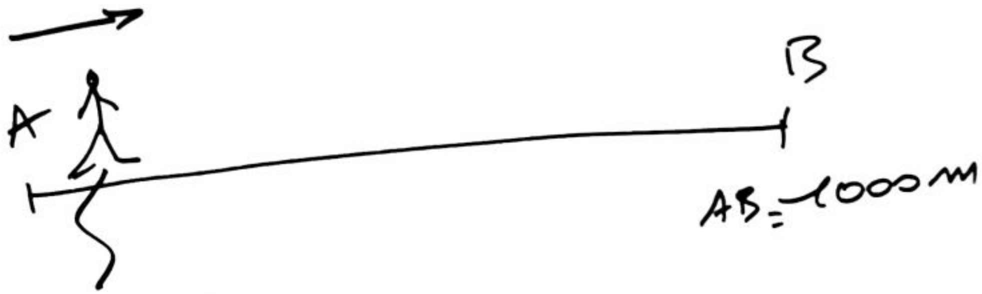
2 questions

1 Y a t'il ent ulepls ou que zéro 1 Cnt

2 — ulepls entre

Rs

propriété alg 1 anal



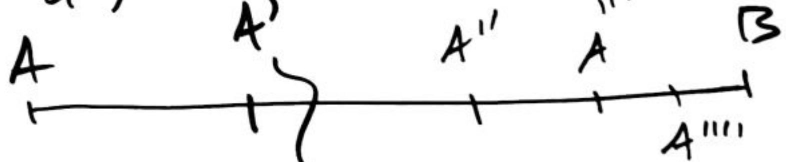
1 m/s
3,6 km/h

x3

instantané

3 m/s
10,8 km/h

TRANSFINI
ORDINAL



rencontre
piéton
en A'

1ère rencontre

chemin parcouru par cycliste

ABA' cycliste

AA' piéton

" x

(AB + BA')
représente $3x$

AA' + (AB + BA')

1ère rencontre

t ~~II~~ nec pr accomplir déplacements

ABA' cyc

AA' piéton

$\parallel$

x

$(AB + BA')\ 3x$

2 trajets réunis $= 2AB$

$\cancel{AA' + 2AB + B}$

$AA' + (AB + BA')$

$2AB = x + 3x = 4x$

$x = \frac{AB}{2} = 500m \rightarrow 1500m$

2ème

chemin piéton

$\underbrace{AB \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^n}\right)}_{}= 1000m$

cyc

$3AB = 3000m$

en ∞ déplacements puisque ce point

n prend ttes val pr $\in \mathbb{N}^*$ **SÉRIE**

Savons que piét → B aura parcouru 1000m

à même temps cyc 3000m

à lim **valeur 1**

série convergente

0 A
1 A'
2 A''

Numérotation instants pouvant finissent par se rencontrer en B

numéro à cet instant ?

$x \in \mathbb{N} \to (x+1)$ postérieur à x

instant final "nb entier"

$>$ à ts entiers successifs

~~...~~ ne peut ê que fictif

TRANSFINI ORDINAL

ω

1 ordinal rang

2 $> \forall \in \mathbb{N}$ ultérieur

3

1er

son après

1er

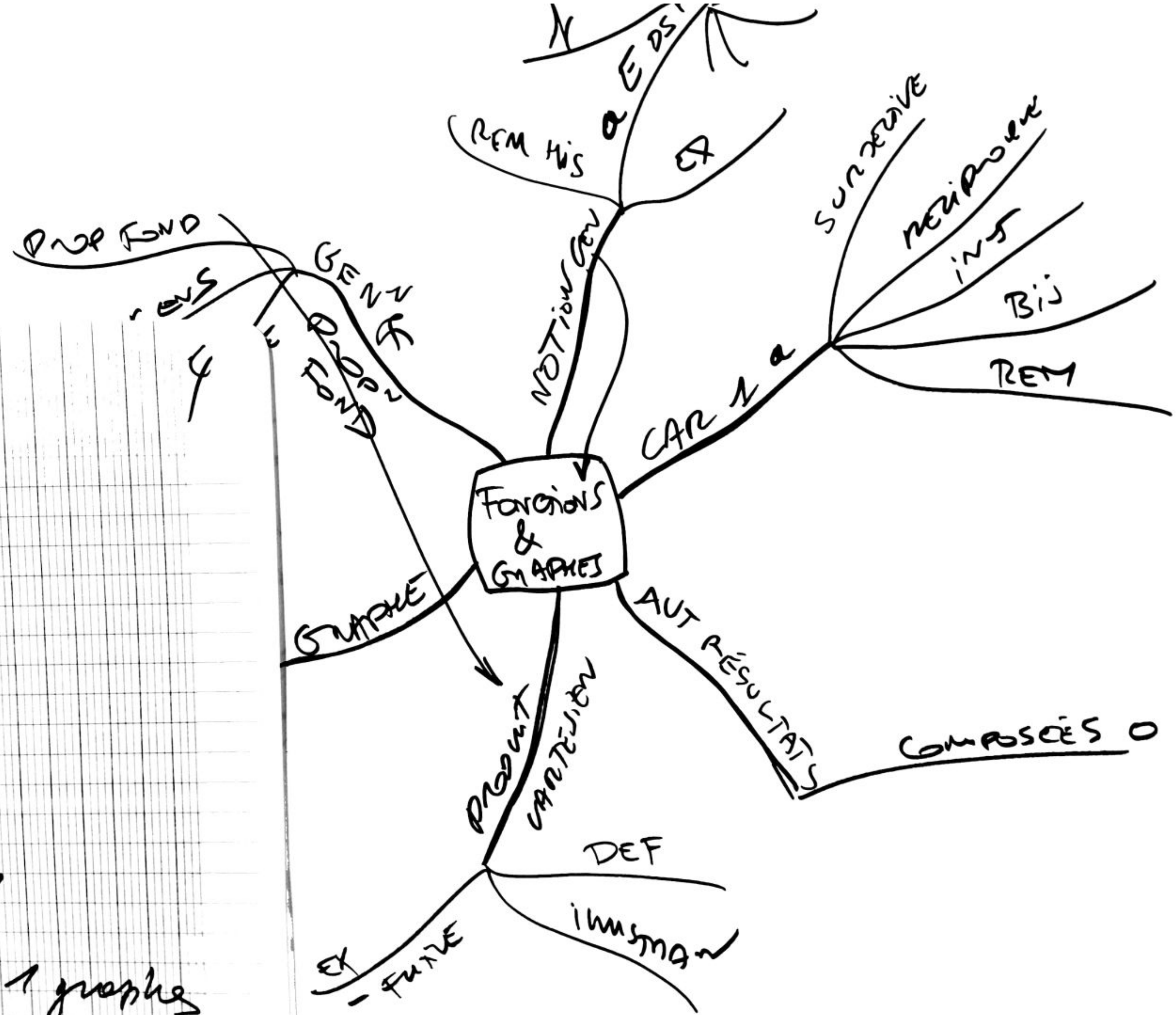
rang de l'instant où pièce 1 cyc se rencontrent en B

1er

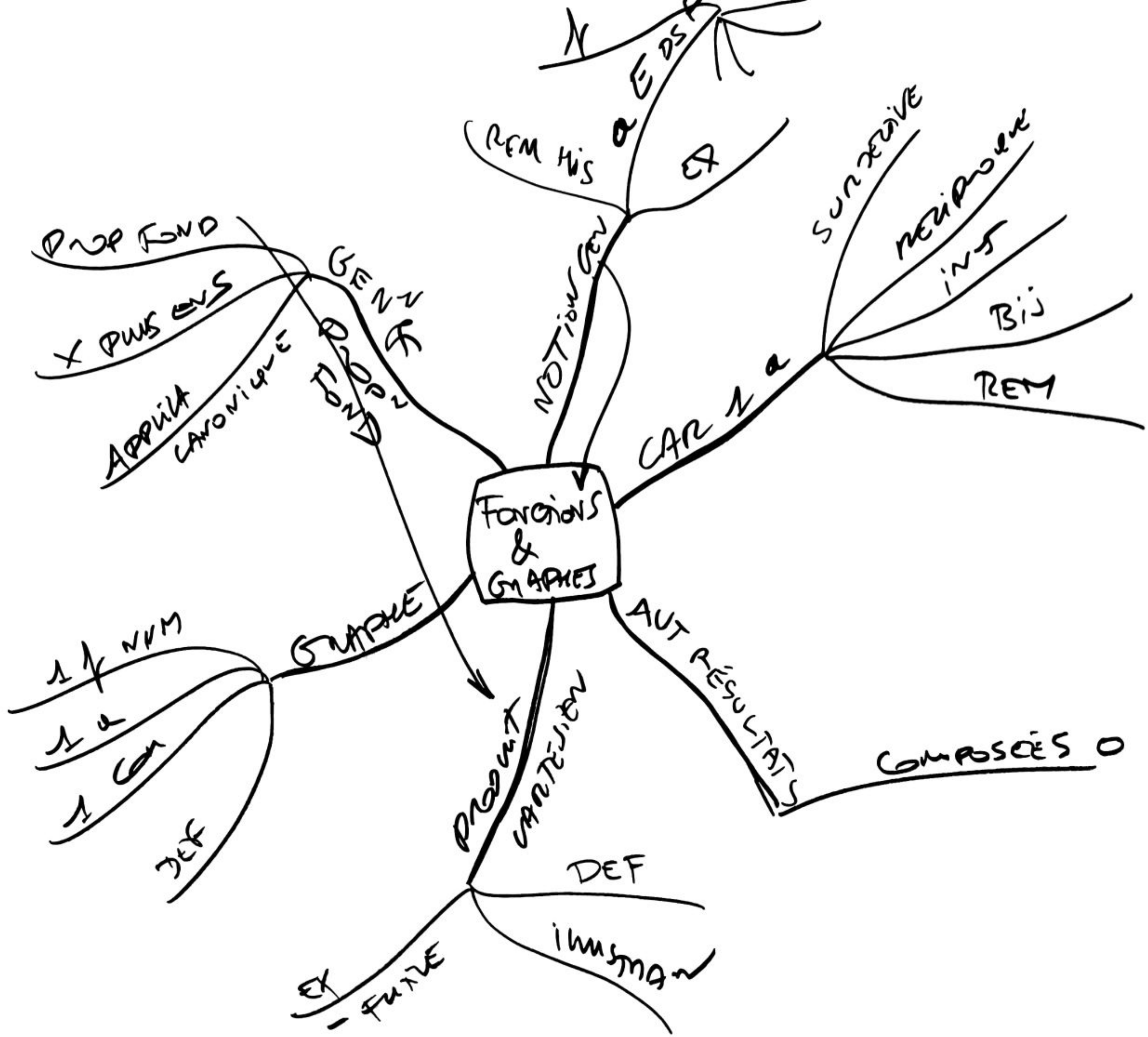
Σ termes série ciel 1er terme jamais écrit celt

1er le lequel somme ...

Rang suivant ultérieur



Car col
fonctions 1 graphe



FONCTIONS & GRAPHES
NOTION GEN
REM HIS
EX
CAR
SURJECTIVE
INJ
BIJ
REM
AUT RÉSULTATS
COMPOSÉES
PRODUIT CARTÉSIEN
DEF
EX
GRAPHE
NUM
DEF
PROP FOND
X PUISSANCES
APPLICA
CANONIQUE

$x \xrightarrow{f} y$

s'applique sur y

$y = f(x)$

$f : E \to F$

déf ensemble Dom défi

arrivée Dom valeurs

$y = f(x)$ dépend

Descartes

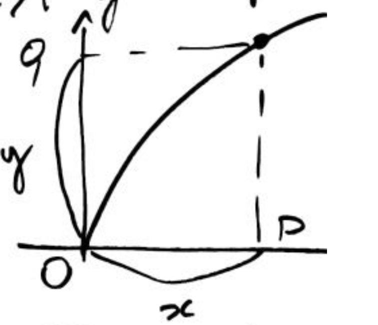
Leibniz

Bernoulli

Euler $y = f(x)$ variable

classe f - dom

C quelconque



déf sin x

f sin x → y

XVIII

NOTION GÉN 1 FONCTION

. HIS

$f : E \to F$

$x \longmapsto f(x) = y$ — image

valeur de f

var ind

argument

antécédent

désignée par f

f : opération

x — y

a E → F

$x \in E$ $y \in F$

déf type

E et F ensembles quelconques application

E → F dont

$\forall$ x doit avoir 1 seul f(x)

= 1 et 1 seul ou plus

zéro ou un

règle ou à l'aide

Dedekind

Dirichlet

Cauchy

Lobačevski

= var indép

Lagrange

Alembert

Fourier

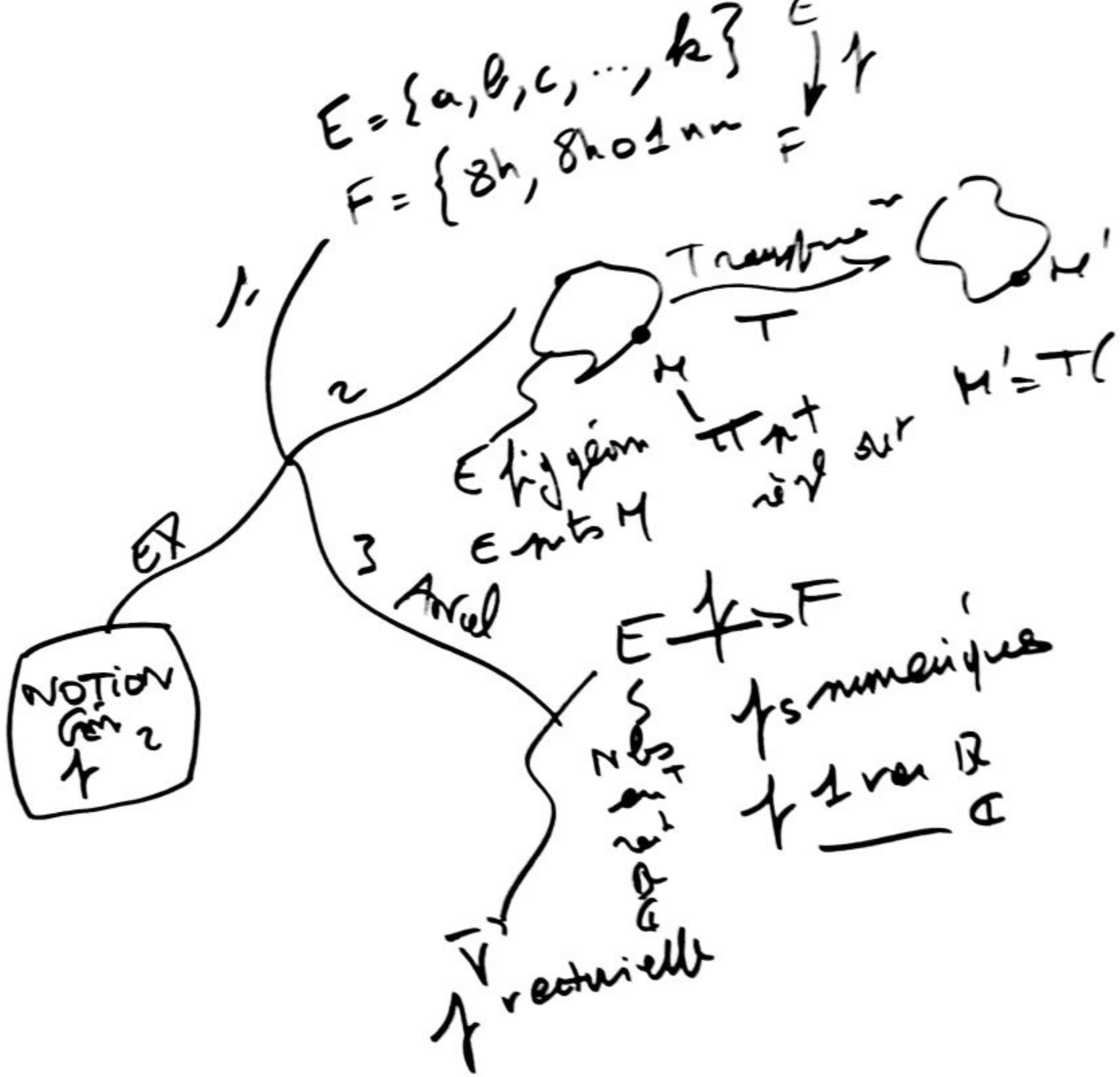
lim

seconde

manquant

Dvpt série Taylor

déf fn gén


E = {a, b, c, ..., k}
F = {8h, 8h01 ...
E
f
F
1.
2
Transformer
T
M
M'
M' = T(
E fig géom
E pts M
EX
NOTION
Gén 2
f
3
Anal
E → F
f
f's numériques
f 1 var R
C
V
f vectorielle

CARACTÈRES 1 a

• SURJ

Si

distincts ou non
à tt x asso y

associe à tt

tq $y = f(x)$

$E \xrightarrow{SUR} F$

$\mathbb{N}^*$ 1 2 (n+1)

F 1 4 9 n^2 $(n+1)$

carrés parfaits

à tt elt y cor 1 elt x

= SURJ

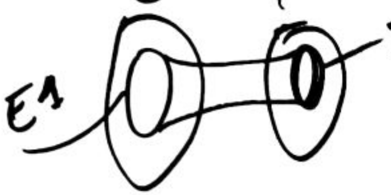


Image de E1 par f

$f(E_1)$

Si $f(E) = F$, f ~~surj~~

• réciproque

et géom

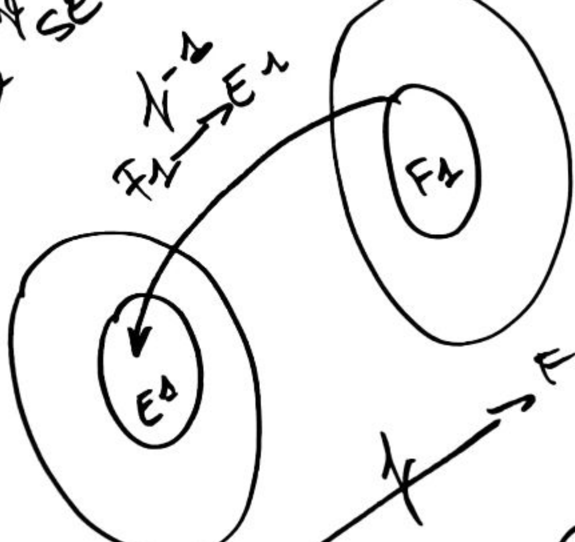
a pour DANS

image rec de F_1 par f
le SE de ts les $x \in E$
tq $f(x) \in F_1$

$f^{-1}(F_1)$

f^{-1}

$F_1 \to E_1$



$E \xrightarrow{f} F$

quelconque

x

résoudre éq

$f(x) = 3x+5$

$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

surj

elle Dépend

TRANSFORME

E en F

Transfo°

E est ~~transf~~ transformé en F

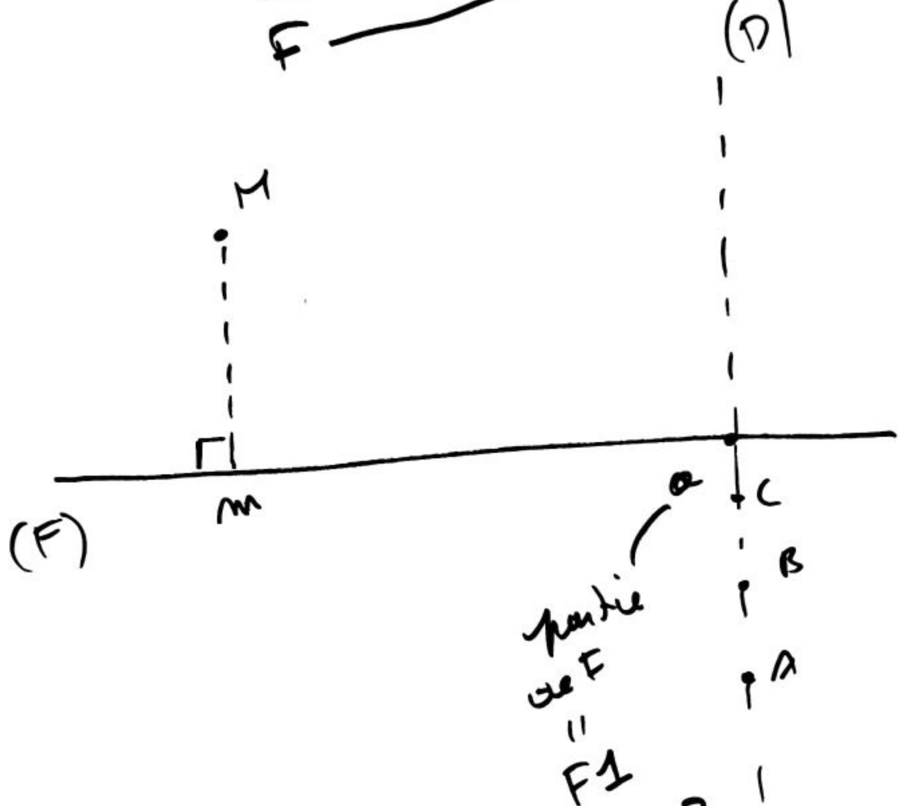
ou f x en $f(x)$

ext expression

E — ts pts Plan figure

⊂

F —— Droite (F)



partie de F
=
F1

$F_1 = \{a\}$

image rec de F1
representée par E
ts pts de E

1 elt de E <u>cor</u> un des elts de F

2 ants
antécédents

2 ~~surj~~ images interdits

~~rat~~ plus un ~~autre~~ ou le restant

sur plus
~~fun~~

• INJ

1 son image rec
ou donc soit $\emptyset$
soit $\{\}$ surj

CAR
1

• Bij

inj et surj

pour tt $y \in F$
$\exists$ un x et un seul $y = f(x$

soit 1 seul

• Rem

bij réc

cas bijectique

~~EXEMPOT~~

f et f^{-1} sont d

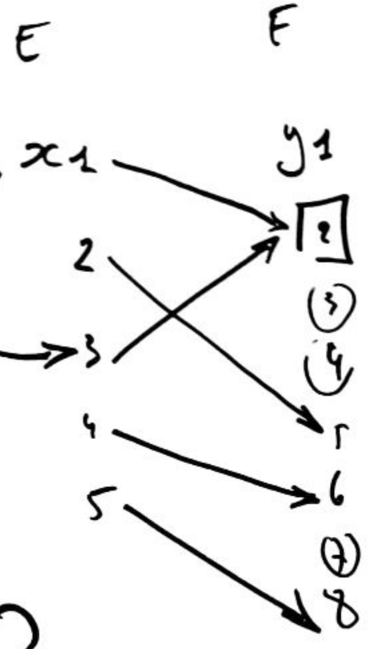
f, inv

$y = f(x)$ et $x = f^{-1}$

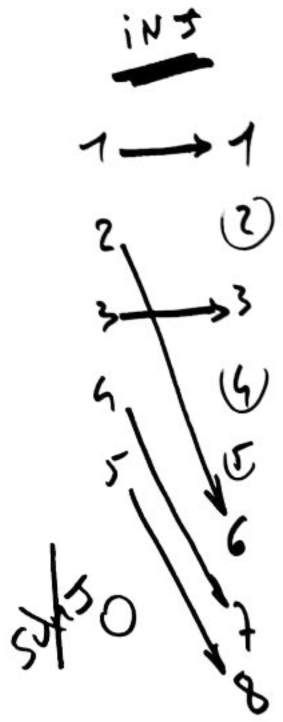
pas inj

x_1 et x_3 ont la même image y_2

pas surj il y a des éléments qui n'ont pas d'ant



$E \not\to F$



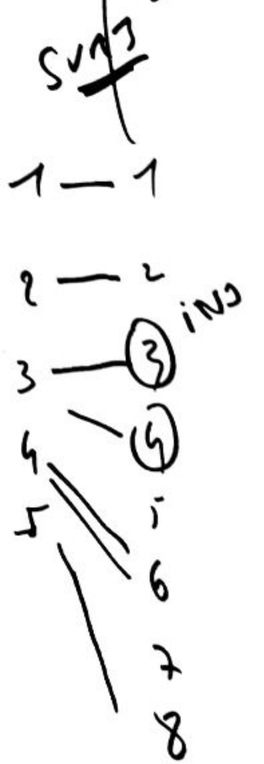
$E \xrightarrow{g} F$ est quelconque

$g^{-1}(\{y_1, y_3, y_6, y_7, y_8\}) = E$

y_8 possède des a g

- Sont un seul ~~ant~~ y_1, y_3, y_6, y_7, y_8.
- Sont zéro ant
-

chaque possède un ant



$h(E) = F$

h

$h(E) = F$

$h^{-1}(F) = E$

$E \longrightarrow F$

A B arbitraires

AUTRES RÉSULTATS

COMPOSÉES

17 $(A \subset B) \Rightarrow f(A) \subset f(B)$

18 $A \neq \emptyset \Rightarrow f(A) \neq \emptyset$

19 $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

20 $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$ inj $=$

21 $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$

22 $\cap$ $\cap$

23 $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$

24 $f^{-1}(\complement A) = \complement f^{-1}(A)$

26 $f^{-1}(\emptyset) = \emptyset$

27 $A \neq \emptyset \Rightarrow f^{-1}(A) \neq \emptyset$ ss

28 $f^{-1}(F_1) = f^{-1}(F_1 \cap f(E))$

$A \subset f^{-1}[f(A)]$

$f[f^{-1}(F_1)] \subset F_1$

Si G existe $f \circ g$ aucun sens

$\longrightarrow$ $\underline{g \circ f}$

$E \xrightarrow{f} F \xrightarrow{g} G$

$g[f(x)]$

Composée de g et de f

$g \circ f$: pas de confusion i

PRODUIT CARTÉSIEN

D

E F
x y

(x,y)

Ens des couples

= produit de E par F

E×F

(x,y) = (x',y')

E
a b c
a' b' F

illustration

bretelle
morale
1ère ligne
2è col

pr que 2 es EP
soient equiv
– 2 elts ayant
– puis de m̃ nature

utile

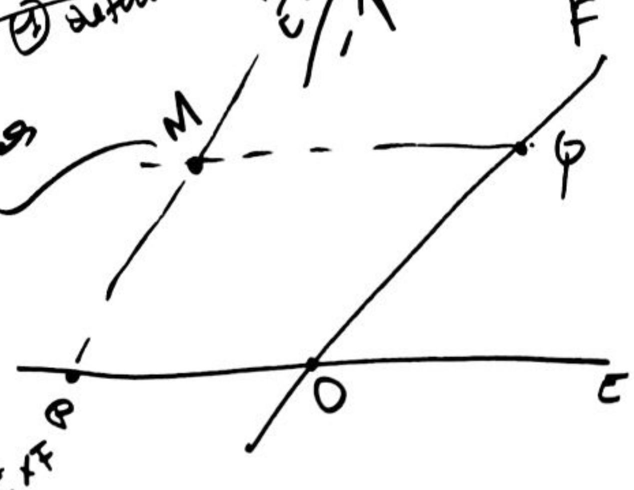
Syst coordonnées cartésiennes

M (P,Q) confondus ②
M' (P',Q')
si P=P' et Q=Q'

chaque pt M est en un couple (P,Q) ① determiné

image couples (P,Q) de E et de F

E×F



GRAPHES

1 correspondance

≠ graphique — dessin

E F (... ou plus)

Courbe qui vérifient cette R

$R\{x,y\}$

$\subseteq E\times F$ = graphe de

E déterminé partie d'un E×

CP santé
représenté par image géom
= représentation graphique

(x,y) nbs

f

a

.D

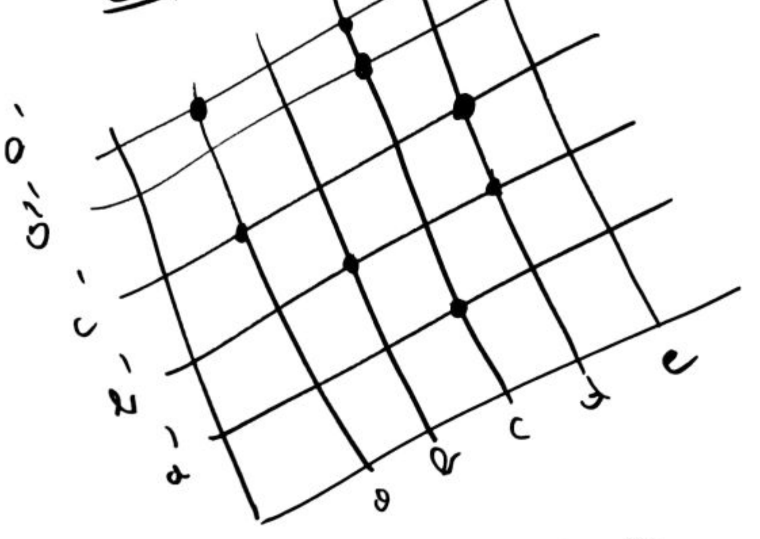
Exemple courbe (x,y) qui vérif R y = f(x)
qui a pour image
a par image
un graphique
qui a la clé
repère (x,y)
sur le f

EF (x,y)

$a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

x,y ⊆ E×F
= graphe a

chaque 1 seul
$x \longmapsto y$
$E \to F$



5♂

5♀

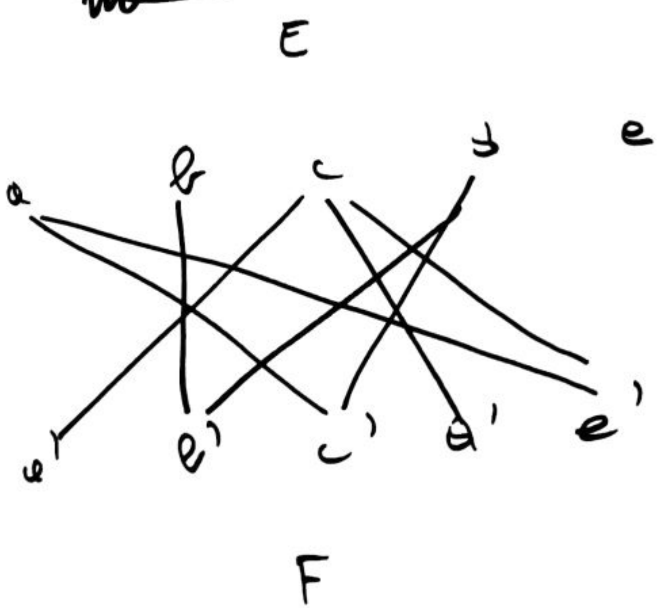


image R
l'âge de x
supérieur à l'âge de y

25 couples possibles

♂ + âgé

29 $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow$ "$A = \emptyset$ ou $B = \emptyset$"

30 $(A \times B) \cup (A' \times B') = (A \cup A') \times B$

$\cap$ $\quad A \cap A' \times (B \cap B')$

31 $pr_1^{-1}(A) = A \times F \quad pr_2^{-1}(B) = E \times B$

32 Si $B \neq \emptyset$ on a $pr \ \forall\ A\ pr_1(A \times B) = A$

33 $pr \ \forall\ C$ on a $C \subset pr_1(C) \times pr_2(C)$

34 $K(\emptyset) = \emptyset$

35 $(A \subset B) \Leftrightarrow K(A) \subset K(B)$

36 $K(A \cup B) = K(A) \cup K(B)$

$\cap$ $\quad \cap$

37 $K(A) \subset K'(A)$

38 $K \subset K'$

39

K partie de $E \times F$

$A \to K(A)$

GEV[1]

pr_3 FOND

• CANONIQUE

$U = E \times F \ (x, y)$

$U' = F \times E \ (y, x)$

liés

$E = F$ sym can

$x = y$ couple invariant

diagonale de $E \times E$

• X plus E_s

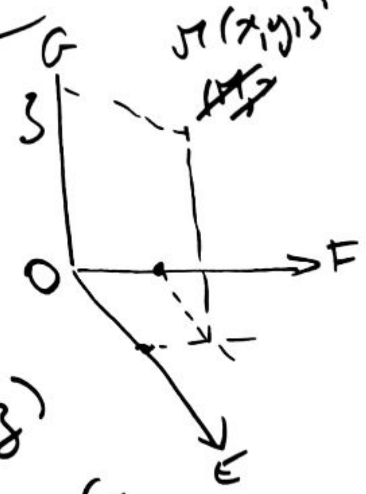
$E \times F \times G$

(x, y, z)

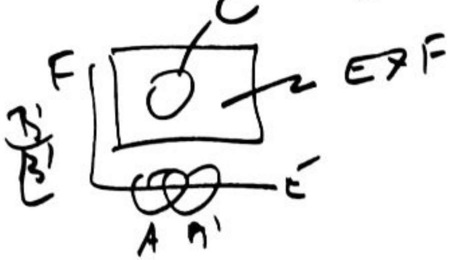
3 arguments

$f(x, y, z)$

$\mathcal{M}(x, y, z)$



pr nul X



"x est premier elt du couple"

pr_1 1ère projection

$E \times F \to$

y